

Федеральное агентство по образованию
Томский государственный архитектурно-строительный
университет

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

Примеры выполнения контрольных работ
для студентов заочного факультета специальности
«Промышленное и гражданское строительство»
Часть II

Методические указания

Составители Б.А. Тухфатуллин, О.М. Лоскутов,
А.П. Малиновский

Томск 2008

Строительная механика. Примеры выполнения контрольных работ для студентов заочного факультета специальности «Промышленное и гражданское строительство». Часть II: методические указания / Б.А. Тухфатуллин, О.М. Лоскутов, А.П. Малиновский. Томск: Изд-во Том. гос. архит.-строит. ун-та, 2008. – 67 с.

Рецензент к.т.н., доцент В. И. Савченко
Редактор Е.Ю. Глотова

Методические указания к выполнению контрольных работ по дисциплине ОПД. Ф. 4 «Строительная механика. Часть II» для студентов специальности 270102 «Промышленное и гражданское строительство» заочной формы обучения.

Печатаются по решению методического семинара кафедры строительной механики № 9 от 14.11.2008 г.

Утверждены и введены в действие проректором по учебной работе В.В. Дзюбо

с 29.12.2008
до 29.12.2013

Оригинал-макет подготовлен Б.А. Тухфатуллиным.

Подписано в печать.

Формат 60×90/16. Бумага офсет. Гарнитура Таймс.

Уч.-изд. л. 3,5. Тираж 200 экз. Заказ №

Изд.-во ТГАСУ, 634003, г. Томск, пл. Соляная, 2.

Отпечатано с оригинал-макета в ООП ТГАСУ.

634003, г. Томск, ул. Партизанская, 15.

ВВЕДЕНИЕ

В методических указаниях рассмотрены примеры решения контрольных задач по второй части курса «Строительная механика» для студентов специальности «Промышленное и гражданское строительство» заочной формы обучения. Варианты заданий к контрольным работам содержатся в [1], там же приведена рабочая программа курса, список рекомендуемой литературы и краткое руководство к решению задач.

Объем методических указаний не позволяет осветить все вопросы, изучаемые во второй части курса «Строительная механика», поэтому при решении контрольных работ и подготовке к экзамену необходимо работать с учебной литературой [2–4].

Не следует повторять в контрольной работе все положения методических указаний (они нужны для уяснения рассматриваемого материала). Оформление контрольной работы должно быть выдержано в стиле краткой пояснительной записки к производимым расчетам.

Разделы 1, 2 написаны Б.А. Тухфатуллиным, раздел 3 – А.П. Малиновским, раздел 4 – Б.А. Тухфатуллиным и О.М. Лоскутовым. Таблицы значений функций для расчета рам на устойчивость по методу перемещений составлены с помощью компьютерной программы (автор программы Б.А. Тухфатуллин). При составлении настоящих методических указаний были использованы материалы ранее изданных на кафедре методических указаний Р.Е. Кузнецовой [5].

1. РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМОЙ РАМЫ МЕТОДОМ СИЛ

Методические указания

Метод сил предназначен для расчета статически неопределимых систем. К статически неопределимым относят системы,

для расчета которых уравнений равновесия недостаточно. Следовательно, заданная система имеет некоторое количество «лишних» связей.

За неизвестные в методе сил принимают реакции в «лишних» связях. Это могут быть как реакции во внешних связях (реактивные силы или моменты), так и реакции во внутренних связях (внутренние усилия, возникающие при разрезе стержня, удалении шарнира).

После определения количества «лишних» связей (степень статической неопределимости) выбирается основная система метода сил. Основная система получается из заданной после удаления «лишних» связей. Связи необходимо удалять так, чтобы полученная после этого система была геометрически неизменяемой. Приложив к основной системе реакции в удаленных связях X_1, X_2, \dots, X_n и заданную нагрузку, получаем эквивалентную систему.

Условия эквивалентности основной и заданной систем представляют условия совместности деформаций. Так как в заданной системе связи есть, то перемещения в эквивалентной системе по направлению удаленных связей должны равняться нулю. Эти условия записывают в виде канонических уравнений метода сил:

$$\begin{cases} \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \dots + \delta_{1n}X_n + \Delta_{1p} = 0, \\ \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \dots + \delta_{2n}X_n + \Delta_{2p} = 0, \\ \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots = 0, \\ \delta_{n1}X_1 + \delta_{n2}X_2 + \dots + \delta_{nm}X_n + \Delta_{np} = 0. \end{cases}$$

Для определения коэффициентов δ_{ik} Δ_{ip} в основной системе строят эпюры моментов:

а) единичные эпюры $\overline{M}_1, \overline{M}_2, \dots, \overline{M}_n$ – от действия соответствующих единичных реакций в устраненных связях ($X_1 = 1, X_2 = 1, \dots, X_n = 1$);

б) грузовую эпюру M_p – от действия заданной нагрузки.

При построении единичных $\bar{M}_1, \bar{M}_2, \dots, \bar{M}_n$ и грузовой M_p эпюр необходимо вычислять опорные реакции заново для каждого нагружения. Построение эпюр требует особого внимания, так как именно здесь чаще всего встречаются ошибки.

Коэффициенты канонических уравнений вычисляют перемножением эпюр (способ Верещагина) по формулам

$$\delta_{ik} = \sum \int \frac{\bar{M}_i \cdot \bar{M}_k}{EJ} ds, \quad \Delta_{ip} = \sum \int \frac{\bar{M}_i \cdot M_p}{EJ} ds.$$

Перемножение эпюр производится аналогично решению задачи № 4 [6]. После определения коэффициентов канонических уравнений необходимо произвести их проверку перемножением суммарной единичной эпюры $\bar{M}_s = \bar{M}_1 + \bar{M}_2 + \dots + \bar{M}_n$ самой на себя

$$\delta_{ss} = \sum \int \frac{\bar{M}_s \cdot \bar{M}_s}{EJ} ds \text{ и на грузовую эпюру}$$

$$\Delta_{sp} = \sum \int \frac{\bar{M}_s \cdot M_p}{EJ} ds.$$

Результаты должны совпадать с суммами единичных и грузовых коэффициентов:

$$\delta_{ss} = \sum_i \sum_j \delta_{ij} = \delta_{11} + \delta_{22} + \dots + \delta_{nn} + 2(\delta_{12} + \dots + \delta_{(n-1)n});$$

$$\Delta_{sp} = \sum_i \Delta_{ip} = \Delta_{1p} + \Delta_{2p} + \dots + \Delta_{np}.$$

Из-за ошибок округления возможно некоторое расхождение полученных результатов между собой (в пределах 1–2 %).

Решив систему канонических уравнений, определяют неизвестные X_1, X_2, \dots, X_n и строят окончательную эпюру моментов

$$M = M_p + \bar{M}_1 \cdot X_1 + \bar{M}_2 \cdot X_2 + \dots + \bar{M}_n \cdot X_n.$$

Если какое-либо неизвестное получилось отрицательным, соответствующую эпюру переворачивают, меняя направления ординат на противоположные. Суммирование эпюр производят для двух сечений, если все складываемые эпюры на участке линейные, и для трех сечений, если одна из эпюр криволинейная.

Для окончательной эпюры моментов необходимо выполнить кинематическую (деформационную) проверку путем умножения её на эпюру \bar{M}_s . Результат умножения равен сумме перемещений по направлениям удаленных связей и должен быть равен нулю.

Для построения эпюры Q используют дифференциальную зависимость между изгибающим моментом и поперечной силой. При действии на участок длиной l равномерно распределенной нагрузки q поперечная сила в начале участка $Q_{лев}$ и в конце участка $Q_{прав}$ определяется по формулам

$$Q_{лев} = \frac{q \cdot l}{2} + \frac{M_{прав} - M_{лев}}{l}; \quad Q_{прав} = -\frac{q \cdot l}{2} + \frac{M_{прав} - M_{лев}}{l}.$$

$M_{прав}$ – момент на правом конце участка (положительный, если он растягивает нижние волокна);

$M_{лев}$ – момент на левом конце участка (положительный при растяжении нижних волокон).

Если на участке нагрузка q отсутствует, то поперечная сила постоянна по длине участка и равна $Q = \frac{M_{прав} - M_{лев}}{l}$.

Эпюра N строится по эпюре поперечных сил путем вырезания узлов рамы, начиная с узла, в котором количество неизвестных продольных сил не превышает двух. Для каждого узла составляют два уравнения равновесия, из которых находят продольные силы.

Пример решения

Для рамы (рис. 1.1, *a*) построить эпюры M , Q , N и произвести необходимые проверки.

Подсчитаем число «лишних» связей. Для этого определим количество замкнутых контуров $K = 3$, простых шарниров $\text{Ш}_0 = (1+1+1) + 2 + (1+1) = 7$, и ползунков $\text{П} = 0$ (рис. 1.1, *б*). Число «лишних» связей (степень статической неопределимости)

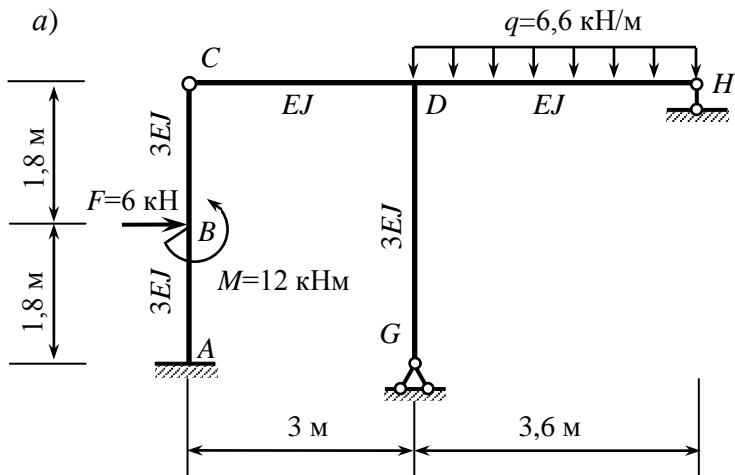
$$L = 3K - \text{Ш}_0 - \text{П} = 3 \cdot 3 - 7 - 0 = 2.$$

Основную систему можно получить из заданной удалением внешних (рис. 1.2, *a*, *б*) или внутренних (рис. 1.2, *в*) связей. Показанная на рис. 1.2, *г* система геометрически изменяемая, следовательно, не может быть использована в качестве основной системы метода сил.

В ходе решения задачи в основной системе необходимо построить единичные и грузовую эпюру, определяя для каждого нагружения опорные реакции заново. Вариант основной системы (рис. 1.2, *в*) является предпочтительным, так как построение эпюр для консоли AC можно производить без нахождения опорных реакций. Для правой части рамы CGH опорные реакции находятся проще, чем для основных систем на рис. 1.2, *a*, *б*.

Разрезая раму по шарниру C , удаляем две внутренние связи, реакции в которых необходимо прикладывать к каждой из частей основной системы (рис. 1.2, *д*). Эквивалентную систему получаем, загружая заданную систему неизвестными X_1, X_2 и заданной нагрузкой (рис. 1.2, *е*). Записываем канонические уравнения метода сил:

$$\begin{cases} \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \Delta_{1p} = 0, \\ \delta_{12}X_1 + \delta_{22}X_2 + \Delta_{2p} = 0. \end{cases}$$



б)

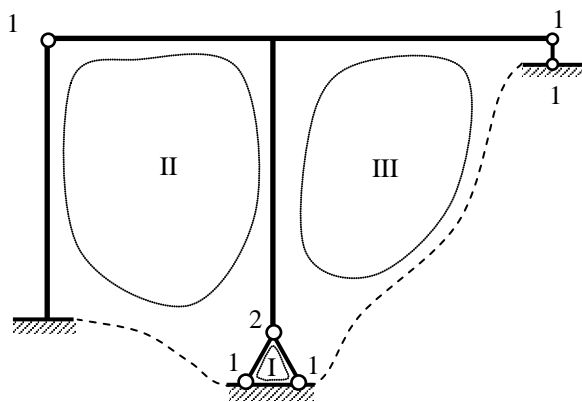


Рис. 1.1

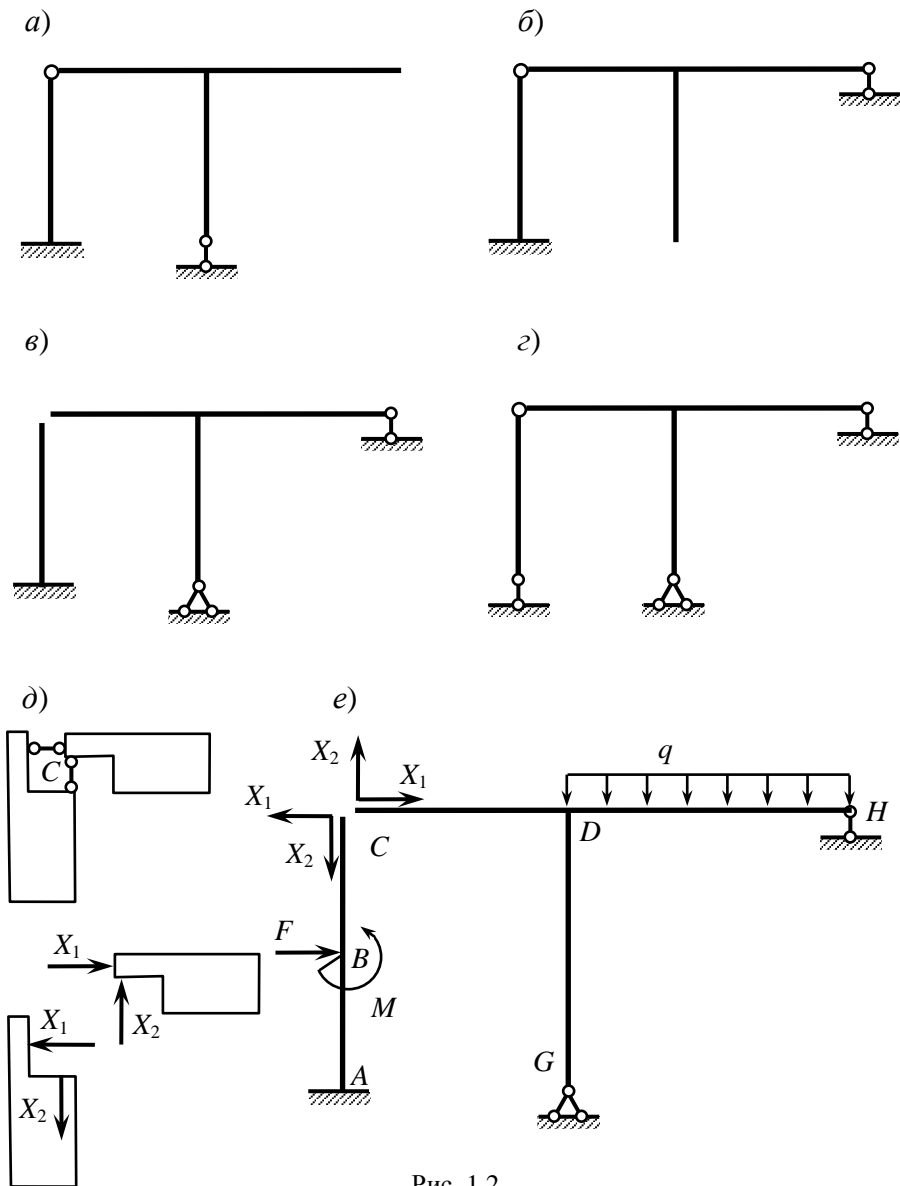


Рис. 1.2

Строим единичные эпюры \bar{M}_1 , \bar{M}_2 и грузовую эпюру M_p (рис. 1.3–1.5).

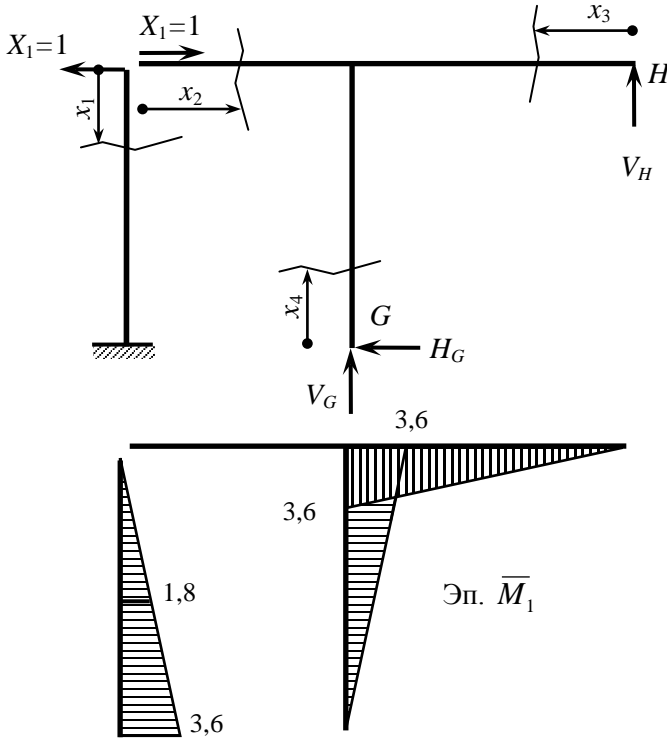


Рис. 1.3

Находим опорные реакции:

$$\sum x = X_1 - H_G = 0; \quad H_G = X_1 = 1;$$

$$\sum m_G = V_H \cdot 3,6 - X_1 \cdot 3,6 = 0; \quad V_H = 1,000;$$

$$\sum y = V_H + V_G = 0; \quad V_G = -V_H = -1,000.$$

Определим изгибающие моменты по сечениям рамы, разделив ее на четыре участка:

$$0 \leq x_1 \leq 3,6 \text{ м: } M_1 = X_1 \cdot x_1;$$

$$\text{при } x_1 = 0 \quad M_1 = 0; \quad \text{при } x_1 = 3,6 \quad M_1 = 3,6.$$

$$0 \leq x_2 \leq 3 \text{ м: } M_1 = 0;$$

$$0 \leq x_3 \leq 3,6 \text{ м: } M_1 = V_G \cdot x_3;$$

$$\text{при } x_3 = 0 \quad M_1 = 0; \quad \text{при } x_3 = 3,6 \quad M_1 = 3,6.$$

$$0 \leq x_4 \leq 3,6 \text{ м: } M_1 = H_G \cdot x_4;$$

$$\text{при } x_4 = 0 \quad M_1 = 0; \quad \text{при } x_4 = 3,6 \quad M_1 = 3,6.$$

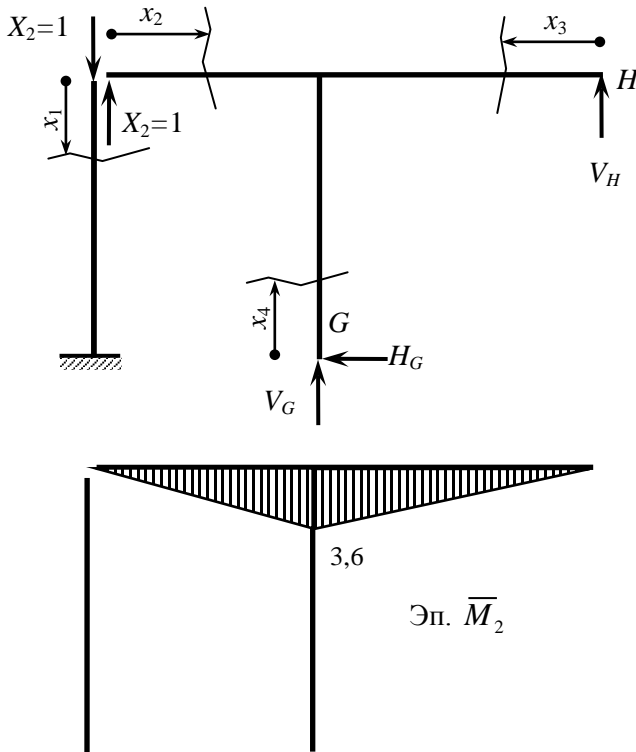


Рис. 1.4

$$\sum x = H_G = 0;$$

$$\sum m_G = V_H \cdot 3,6 - X_2 \cdot 3,0 = 0; \quad V_H = 0,833;$$

$$\sum y = V_H + V_G + X_2 = 0; \quad V_G = -X_2 - V_H = -1,833.$$

$$0 \leq x_1 \leq 3,6 \text{ м}: M_2 = 0;$$

$$0 \leq x_2 \leq 3 \text{ м}: M_2 = X_2 \cdot x_2;$$

$$\text{при } x_2 = 0 \quad M_2 = 0; \quad \text{при } x_2 = 3,0 \quad M_2 = 3,0.$$

$$0 \leq x_3 \leq 3,6 \text{ м}: M_2 = V_G \cdot x_3;$$

$$\text{при } x_3 = 0 \quad M_2 = 0; \quad \text{при } x_3 = 3,6 \quad M_2 = 3,0.$$

$$0 \leq x_4 \leq 3,6 \text{ м}: M_2 = H_G \cdot x_4 = 0.$$

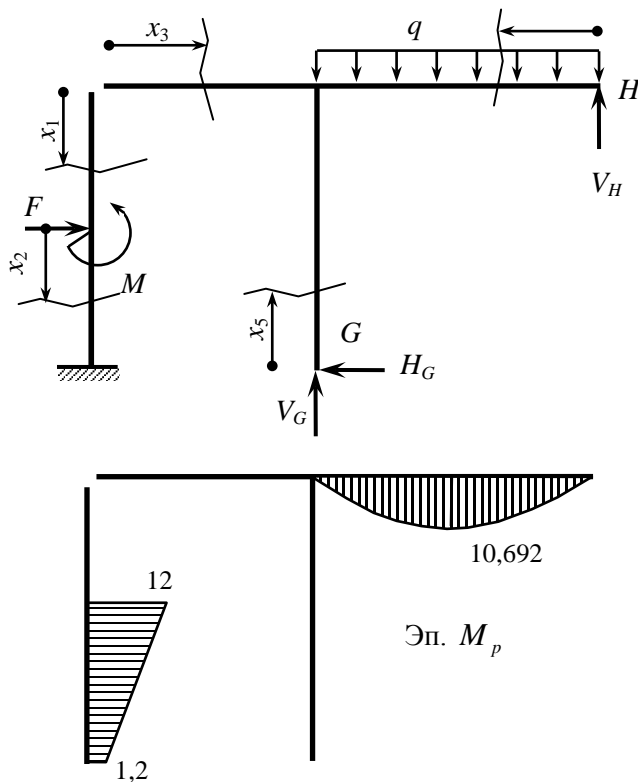


Рис. 1.5

$$\sum x = H_G = 0;$$

$$\sum m_G = V_H \cdot 3,6 - q \frac{(3,6)^2}{2} = 0; \quad V_H = 11,880;$$

$$\sum y = V_H + V_G - q \cdot 3,6 = 0; \quad V_G = q \cdot 3,6 - V_H = 11,880.$$

$$0 \leq x_1 \leq 1,8 \text{ м: } M_p = 0;$$

$$0 \leq x_2 \leq 1,8 \text{ м: } M_p = M - F \cdot x_2;$$

$$\text{при } x_2 = 0 \quad M_p = 12; \quad \text{при } x_2 = 1,8 \quad M_p = 1,2.$$

$$0 \leq x_3 \leq 3 \text{ м: } M_p = 0;$$

$$0 \leq x_4 \leq 3,6 \text{ м: } M_p = V_G \cdot x_3 - q \frac{x_3^2}{2};$$

$$\text{при } x_4 = 0 \quad M_p = 0; \quad \text{при } x_4 = 3,6 \quad M_p = 3,0.$$

$$0 \leq x_5 \leq 3,6 \text{ м: } M_p = H_G \cdot x_4 = 0.$$

Коэффициенты при неизвестных находим перемножением эпюр по способу Верещагина:

$$\delta_{11} = \sum \int \frac{\bar{M}_1 \cdot \bar{M}_1}{EJ} ds = \frac{1}{3EJ} \frac{3,6 \cdot 3,6}{2} \frac{2}{3} 3,6 + \frac{1}{3EJ} \frac{3,6 \cdot 3,6}{2} \frac{2}{3} 3,6 +$$

$$+ \frac{1}{EJ} \frac{3,6 \cdot 3,6}{2} \frac{2}{3} 3,6 = \frac{25,920}{EJ};$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \sum \int \frac{\bar{M}_1 \cdot \bar{M}_2}{EJ} ds = \frac{1}{EJ} \frac{3,6 \cdot 3,6}{2} \frac{2}{3} 3,0 = \frac{12,960}{EJ};$$

$$\delta_{22} = \sum \int \frac{\bar{M}_2 \cdot \bar{M}_2}{EJ} ds = \frac{1}{EJ} \frac{3,0 \cdot 3,0}{2} \frac{2}{3} 3,0 + \frac{1}{EJ} \frac{3,0 \cdot 3,6}{2} \frac{2}{3} 3,0 =$$

$$= \frac{19,800}{EJ};$$

$$\Delta_{1p} = \sum \int \frac{\bar{M}_1 \cdot M_p}{EJ} ds = \frac{1}{3EJ} \frac{1,2 \cdot 1,8}{2} \left(\frac{2}{3} 3,6 + \frac{1}{3} 1,8 \right) +$$

$$+ \frac{1}{3EJ} \frac{12 \cdot 1,8}{2} \left(\frac{1}{3} 3,6 + \frac{2}{3} 1,8 \right) + \frac{1}{EJ} \frac{2}{3} 10,692 \cdot 3,6 \frac{3,6}{2} = \frac{55,909}{EJ};$$

$$\Delta_{2p} = \sum \int \frac{\bar{M}_2 \cdot M_p}{EJ} ds = \frac{1}{EJ} \frac{2}{3} 10,692 \cdot 3,6 \frac{3,0}{2} = \frac{38,491}{EJ}.$$

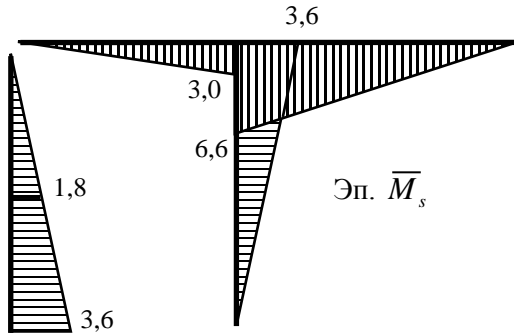


Рис. 1.6

Для проверки коэффициентов уравнений строим суммарную единичную эпюру $\bar{M}_s = \bar{M}_1 + \bar{M}_2$ (рис. 1.6) и умножаем ее саму на себя и на грузовую эпюру:

$$\delta_{ss} = \sum \int \frac{\bar{M}_s \cdot \bar{M}_s}{EJ} ds = \frac{1}{3EJ} \frac{3,6 \cdot 3,6}{2} \frac{2}{3} 3,6 + \frac{1}{EJ} \frac{3,0 \cdot 3,0}{2} \frac{2}{3} 3,0 +$$

$$+ \frac{1}{3EJ} \frac{3,6 \cdot 3,6}{2} \frac{2}{3} 3,6 + \frac{1}{EJ} \frac{6,6 \cdot 3,6}{2} \frac{2}{3} 6,6 = \frac{71,640}{EJ};$$

$$\Delta_{sp} = \sum \int \frac{\bar{M}_s \cdot M_p}{EJ} ds = \frac{1}{3EJ} \frac{1,2 \cdot 1,8}{2} \left(\frac{2}{3} 3,6 + \frac{1}{3} 1,8 \right) +$$

$$+ \frac{1}{3EJ} \frac{12 \cdot 1,8}{2} \left(\frac{1}{3} 3,6 + \frac{2}{3} 1,8 \right) + \frac{1}{EJ} \frac{2}{3} 10,692 \cdot 3,6 \frac{6,6}{2} = \frac{94,401}{EJ}.$$

Находим сумму единичных и грузовых коэффициентов:

$$\delta_{11} + 2\delta_{12} + \delta_{22} = \frac{1}{EJ} (25,920 + 2 \cdot 12,960 + 19,800) = \frac{71,640}{EJ};$$

$$\Delta_{1p} + \Delta_{2p} = \frac{1}{EJ} (55,909 + 38,491) = -\frac{94,400}{EJ}.$$

Проверка выполнена, единичные и грузовые коэффициенты найдены верно.

Подставляем найденные коэффициенты в канонические уравнения, и, после сокращения на EJ , получаем:

$$\begin{cases} 25,920 \cdot X_1 + 12,960 \cdot X_2 + 55,909 = 0, \\ 12,960 \cdot X_1 + 19,800 \cdot X_2 + 38,491 = 0. \end{cases}$$

Решив систему уравнений, находим:

$$X_1 = -1,762 \text{ кН}; \quad X_2 = -0,791 \text{ кН}.$$

Окончательную эпюру изгибающих моментов (рис. 1.7) строим по формуле

$$M = M_p + \bar{M}_1 \cdot X_1 + \bar{M}_2 \cdot X_2.$$

Выполняем кинематическую проверку

$$\begin{aligned} \Delta_s = \sum \int \frac{\bar{M}_s \cdot M}{EJ} ds = & \frac{1}{3EJ} \left[-\frac{5,141 \cdot 1,8}{2} \left(\frac{2}{3} \cdot 3,6 + \frac{1}{3} \cdot 1,8 \right) + \right. \\ & + \frac{8,829 \cdot 1,8}{2} \left(\frac{1}{3} \cdot 3,6 + \frac{2}{3} \cdot 1,8 \right) \left. \right] - \frac{1}{3EJ} \left[\frac{3,171 \cdot 1,8}{2} \frac{2}{3} \cdot 1,8 \right] - \\ & - \frac{1}{EJ} \left[\frac{2,373 \cdot 3}{2} \frac{2}{3} \right] - \frac{1}{3EJ} \left[\frac{6,341 \cdot 3,6}{2} \frac{2}{3} \cdot 3,6 \right] + \\ & \frac{1}{EJ} \left[\frac{2}{3} \cdot 10,692 \cdot 3,6 \frac{6,6}{2} - \frac{8,714 \cdot 3,6}{2} \frac{2}{3} \cdot 6,6 \right] = \frac{1,729}{EJ} - \frac{1,142}{EJ} - \\ & - \frac{7,119}{EJ} - \frac{9,131}{EJ} + \frac{15,666}{EJ} = \frac{17,395}{EJ} - \frac{17,392}{EJ} = \frac{0,003}{EJ}. \end{aligned}$$

Окончательная эпюра M построена верно.

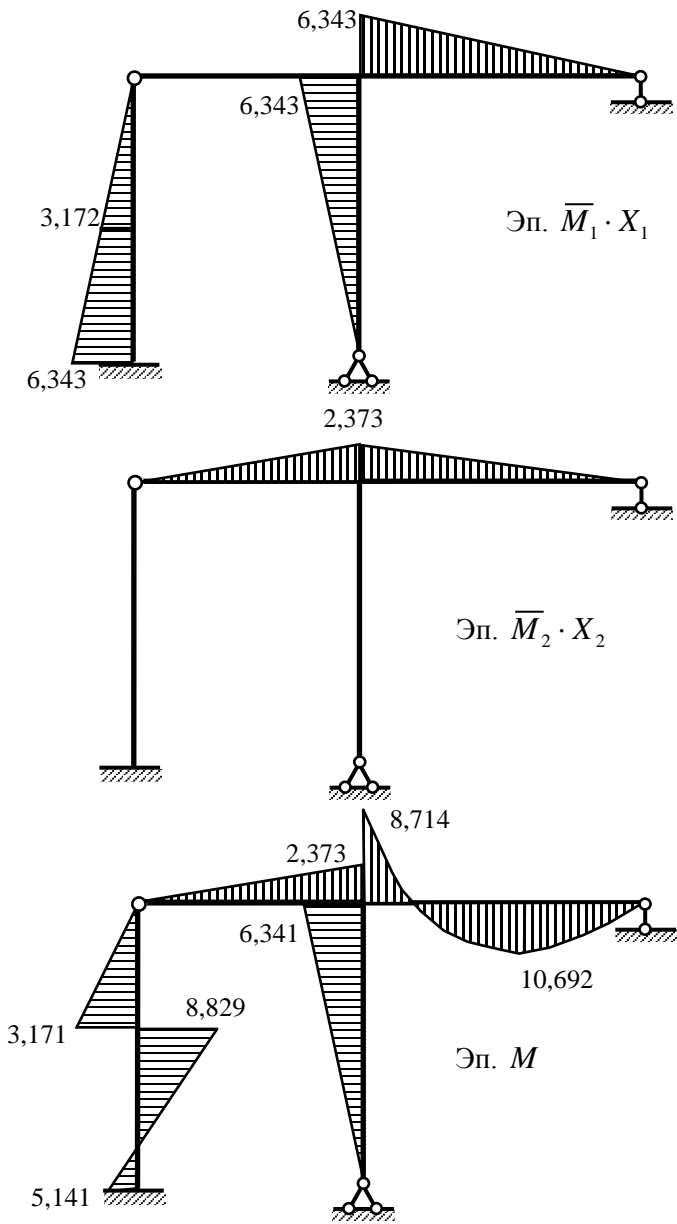


Рис. 1.7

Для определения поперечных сил рассмотрим каждый участок отдельно:

$$Q_{AB} = \frac{8,829 - (-5,1414)}{1,8} = 7,761 \text{ кН};$$

$$Q_{BC} = \frac{0 - 3,171}{1,8} = -1,761 \text{ кН};$$

$$Q_{CD} = \frac{-2,373 - 0}{3} = -0,791 \text{ кН};$$

$$Q_{DG} = \frac{0 - 6,341}{3,6} = -1,761 \text{ кН};$$

$$Q_{DH, \text{лев}} = \frac{6,6 \cdot 3,6}{2} + \frac{0 - (-8,714)}{3,6} = 14,301 \text{ кН};$$

$$Q_{DH, \text{прав}} = -\frac{6,6 \cdot 3,6}{2} + \frac{0 - (-8,714)}{3,6} = -9,459 \text{ кН}.$$

Эпюра поперечных сил показана на рис. 1.8, а.

Продольные силы находим из условия равновесия узлов рамы. При составлении уравнений равновесия для вырезанных узлов рамы положительную поперечную силу направляем так, чтобы она вращала узел по часовой стрелке, а отрицательную – в противоположную сторону. Неизвестные продольные силы направляем от сечения.

Узел *C* (рис. 1.8, б):

$$\sum x = -1,761 + N_{CD} = 0; N_{CD} = 1,761 \text{ кН};$$

$$\sum y = -0,979 + N_{AC} = 0; N_{AC} = 0,979 \text{ кН}.$$

В соответствии со знаком продольной силы в стержне *CD* направляем ее от сечения так, чтобы она растягивала стержень.

Узел *D* (рис. 1.8, в):

$$\sum x = -1,761 + 1,761 + N_{DH} = 0; N_{DH} = 0;$$

$$\sum y = -0,791 - 14,301 - N_{DG} = 0; N_{DG} = -15,092 \text{ кН}.$$

По полученным значениям строим в заданной раме эпюру продольных сил (рис. 1.8, з).

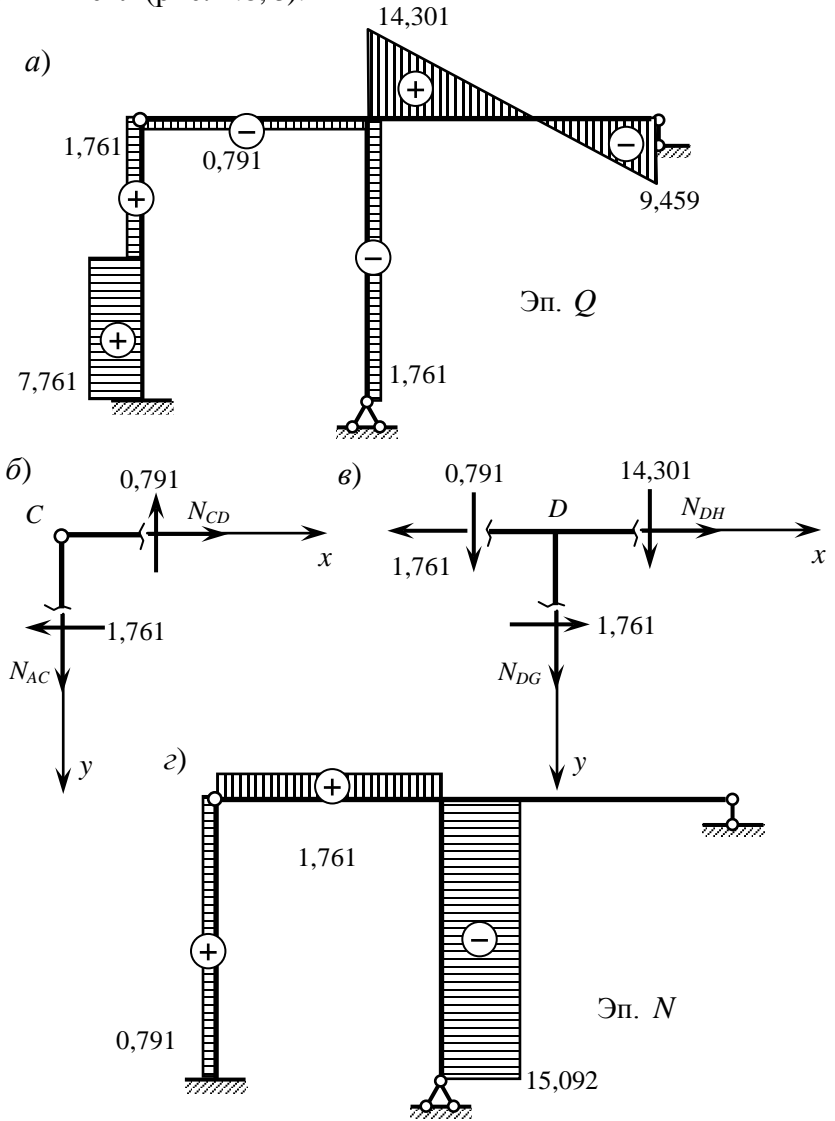


Рис. 1.8

2. РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМОЙ РАМЫ МЕТОДОМ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ

Методические указания

В методе перемещений за неизвестные принимают угловые и линейные перемещения. Количество неизвестных метода перемещений (степень кинематической неопределимости) определяется по формуле

$$n = n_y + n_d,$$

где n_y – число неизвестных угловых перемещений;

n_d – число неизвестных линейных перемещений.

Число угловых перемещений равно числу «жестких» (неопорных) узлов рамы. Для определения числа линейных перемещений n_d необходимо отбросить консоли (если они есть) и во все узлы рамы, в том числе и в опорные, врезать шарниры. Число независимых линейных перемещений будет равно числу степеней свободы шарнирной схемы.

Для получения основной системы метода перемещений на все жесткие узлы рамы накладываются связи, препятствующие повороту. По направлению возможных линейных перемещений накладываются линейные связи.

Записываются условия эквивалентности основной и заданной систем. Так как в заданной раме наложенные связи отсутствуют, то реакции в этих связях должны равняться нулю. Эти условия представляют собой канонические уравнения метода перемещений:

$$\begin{cases} r_{11}Z_1 + r_{12}Z_2 + \dots + r_{1n}Z_n + R_{1p} = 0, \\ r_{21}Z_1 + r_{22}Z_2 + \dots + r_{2n}Z_n + R_{2p} = 0, \\ \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots = 0, \\ r_{n1}Z_1 + r_{n2}Z_2 + \dots + r_{nn}Z_n + R_{np} = 0. \end{cases}$$

Для определения единичных r_{ik} и грузовых R_{ip} коэффициентов уравнений в основной системе строят эпюры моментов:

а) единичные эпюры $\overline{M}_1, \overline{M}_2, \dots, \overline{M}_n$ – от единичного смещения соответствующих связей ($Z_1 = 1, Z_2 = 1, \dots, Z_n = 1$);

б) грузовую эпюру M_p – от действия заданной нагрузки.

При построении единичных и грузовых эпюр моментов используются стандартные таблицы, приведенные в прил. 1.

Для вычисления коэффициентов используют статический метод. При определении коэффициентов необходимо внимательно следить за их знаками, для проверки правильности расчета следует использовать теорему о взаимности реакций, согласно которой $r_{ik} = r_{ki}$.

Решив систему канонических уравнений, определяют неизвестные Z_1, Z_2, \dots, Z_n и строят окончательную эпюру моментов

$$M = M_p + \overline{M}_1 \cdot Z_1 + \overline{M}_2 \cdot Z_2 + \dots + \overline{M}_n \cdot Z_n.$$

Для проверки окончательной эпюры моментов находят по ней реакции в наложенных связях. Если все реакции равны нулю, то эпюра M построена верно.

Затем строят эпюры поперечных и продольных сил по эпюре моментов так же, как и в методе сил.

Пример решения

Для рамы (рис. 2.1, а) необходимо построить эпюры внутренних усилий M , Q , N и произвести необходимые проверки расчета.

Подсчитаем число неизвестных. Рама имеет один жесткий узел D , следовательно, число неизвестных угловых перемещений $n_y = 1$.

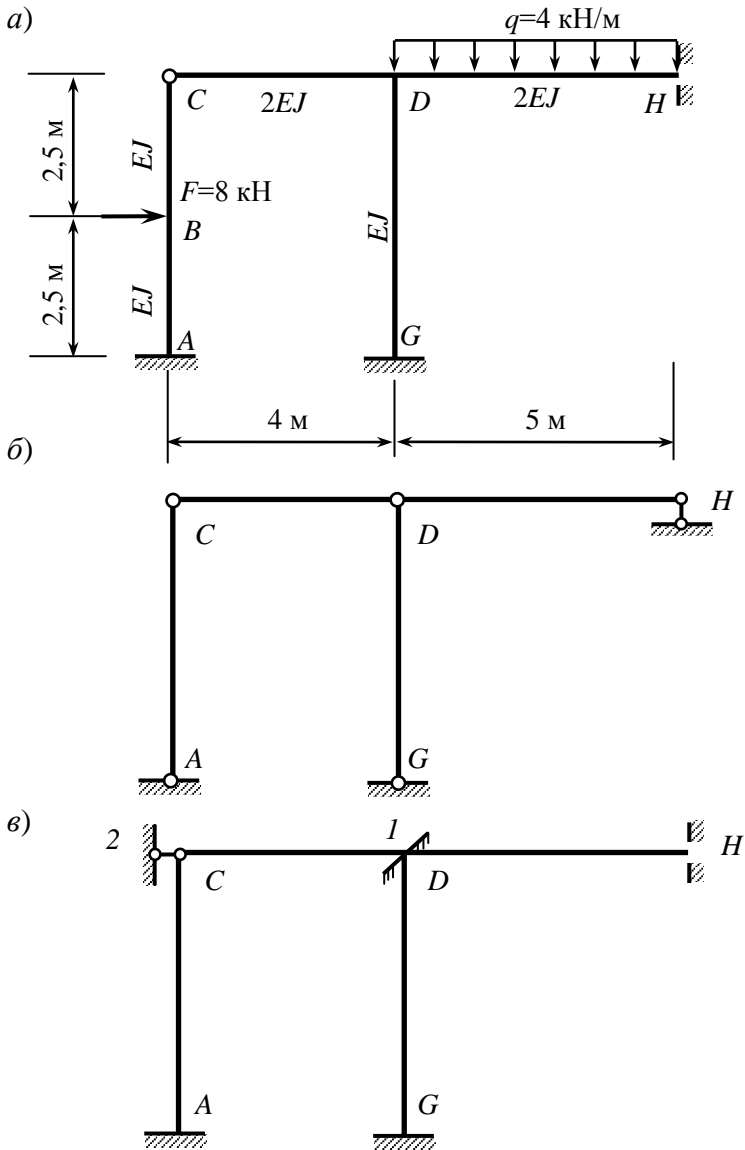


Рис. 2.1

Число линейных смещений определим по шарнирной схеме, образованной из заданной рамы (рис. 2.1, б)

$$n_{\text{л}} = 3Д - 2Ш_0 - C_0 = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 3 - 5 = 1.$$

Находим общее число неизвестных $n = 1 + 1 = 2$.

Выбираем основную систему метода перемещений (рис. 2.1, в), закрепляя от поворота узел D и от горизонтального перемещения узлы C , D и H .

Записываем систему канонических уравнений:

$$\begin{cases} r_{11}Z_1 + r_{12}Z_2 + R_{1p} = 0, \\ r_{21}Z_1 + r_{22}Z_2 + R_{2p} = 0. \end{cases}$$

Строим эпюры моментов \bar{M}_1 (рис. 2.2), \bar{M}_2 (рис. 2.3) от единичных перемещений и эпюру M_p (рис. 2.4) от действия нагрузки на основную систему. Для построения используем табличные эпюры (прил. 1). Предварительно для каждого нагружения показываем пунктиром деформированную схему рамы.

Для определения реакций в связи $1 - r_{11}$, r_{12} и R_{1p} вырезаем узел D с эпюр \bar{M}_1 , \bar{M}_2 , M_p и составляем уравнения равновесия

$$\sum m_D = 0, \text{ из которых получаем:}$$

$$r_{11} = 1,5EJ + 0,8EJ + 1,6EJ = 3,9EJ;$$

$$r_{12} = -0,24EJ;$$

$$R_{1p} = -8,33.$$

Для определения реакций в связи 2 разрезаем вертикальные стержни рамы и составляем уравнения равновесия $\sum x = 0$ для верхней отсеченной части. Продольные силы и изгибающие моменты в сечениях не показываем, так как их проекции на горизонтальную ось x равны нулю.

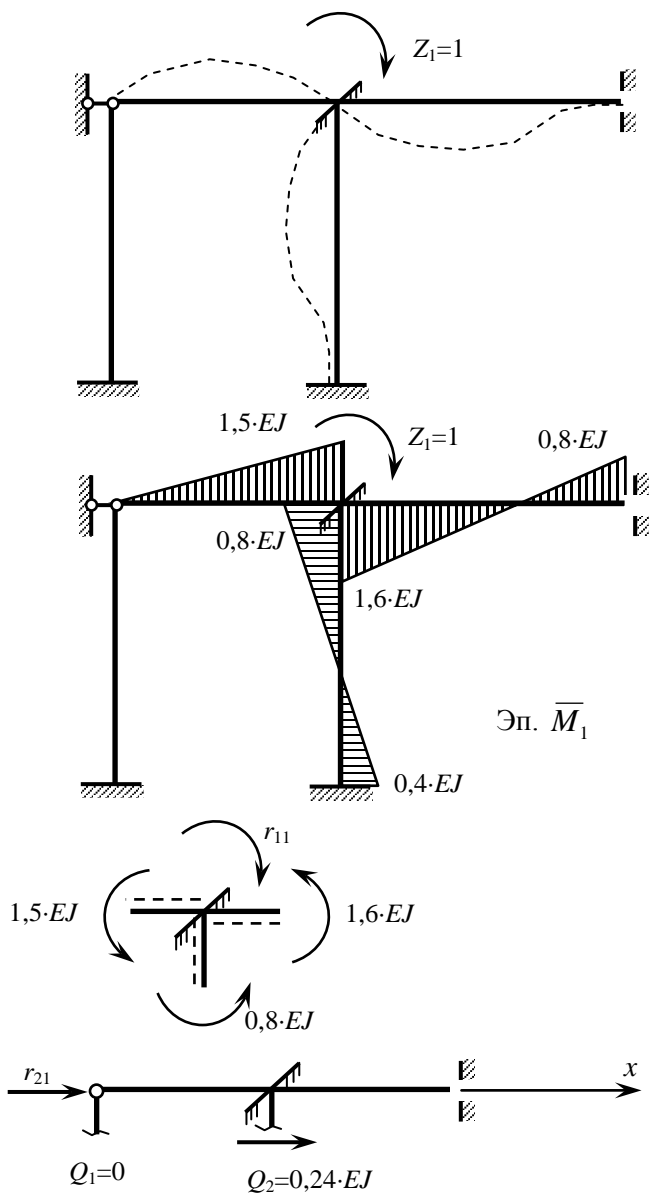


Рис. 2.2

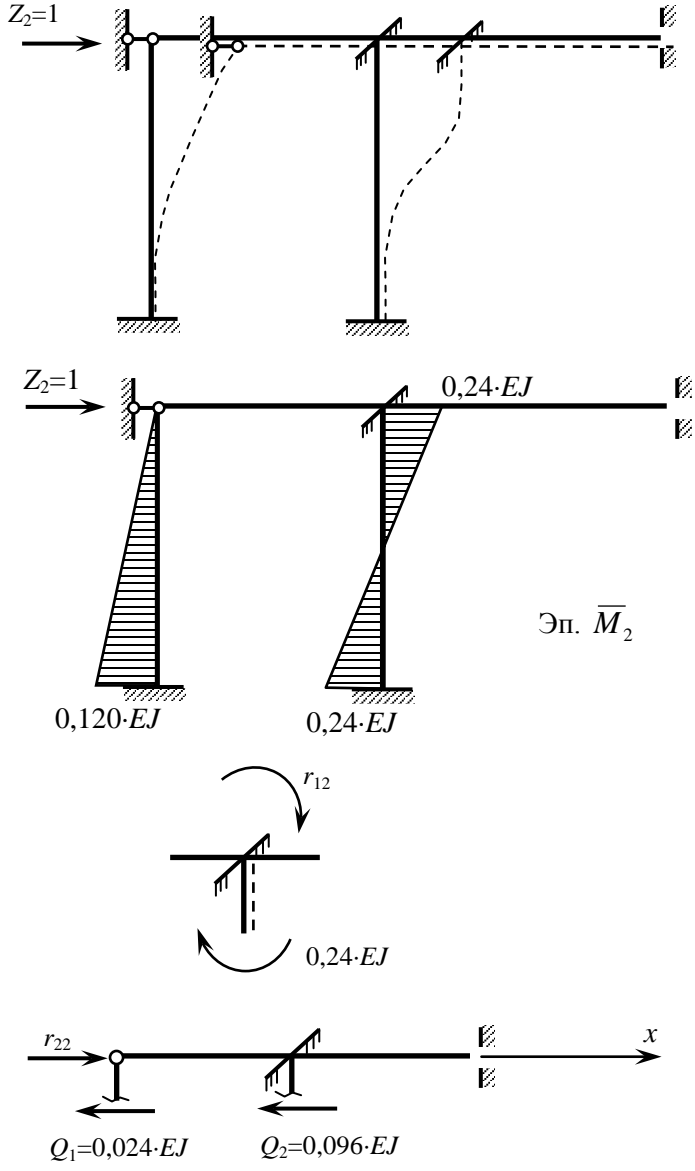


Рис. 2.3

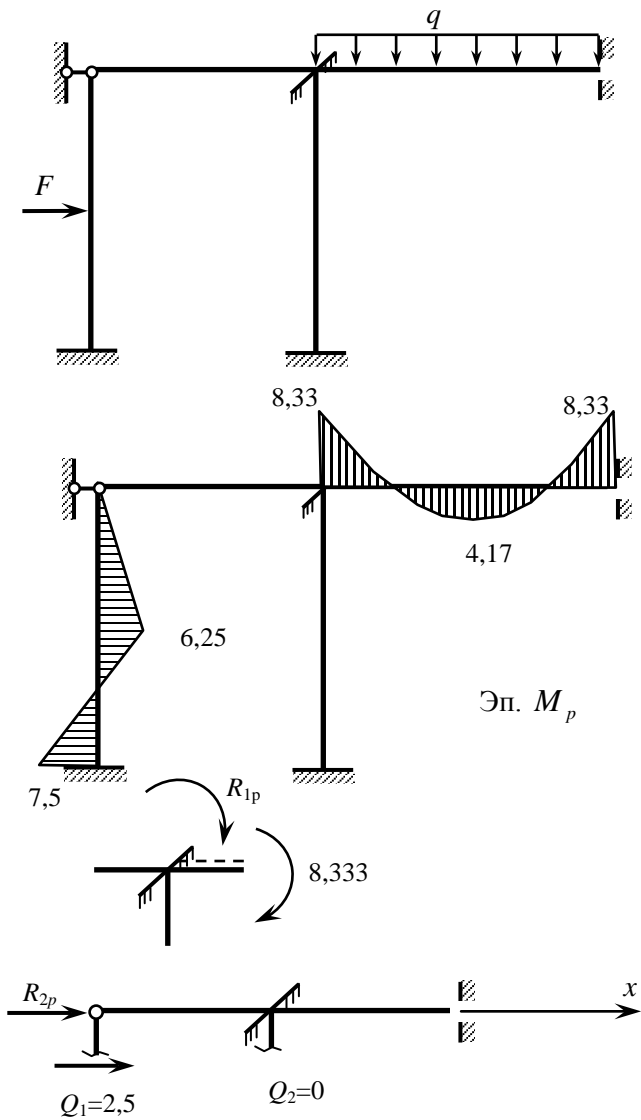


Рис. 2.4

Величины и направления поперечных сил находим по эпюрам \bar{M}_1 , \bar{M}_2 и M_p . Из уравнений равновесия получаем:

$$r_{21} = -0,24EJ = r_{12};$$

$$r_{22} = 0,024EJ + 0,096EJ = 0,120EJ;$$

$$R_{2p} = -2,5.$$

В канонических уравнениях делим каждое слагаемое на EJ :

$$\begin{cases} 3,9 \cdot Z_1 - 0,240 \cdot Z_2 - 8,33 / EJ = 0, \\ -0,240 \cdot Z_1 + 0,120 \cdot Z_2 - 2,5 / EJ = 0. \end{cases}$$

Решив уравнения, находим: $Z_1 = 3,889 / EJ$; $Z_2 = 28,632 / EJ$.

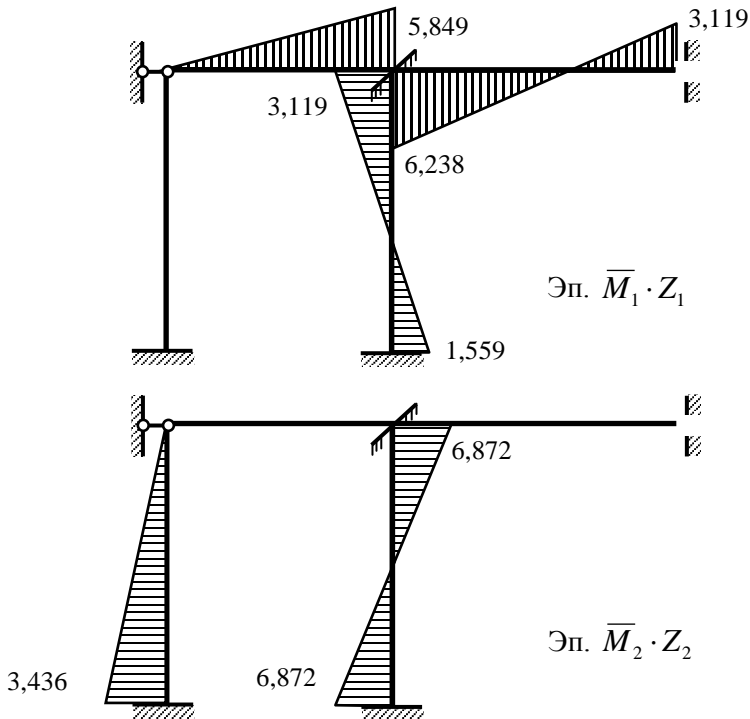
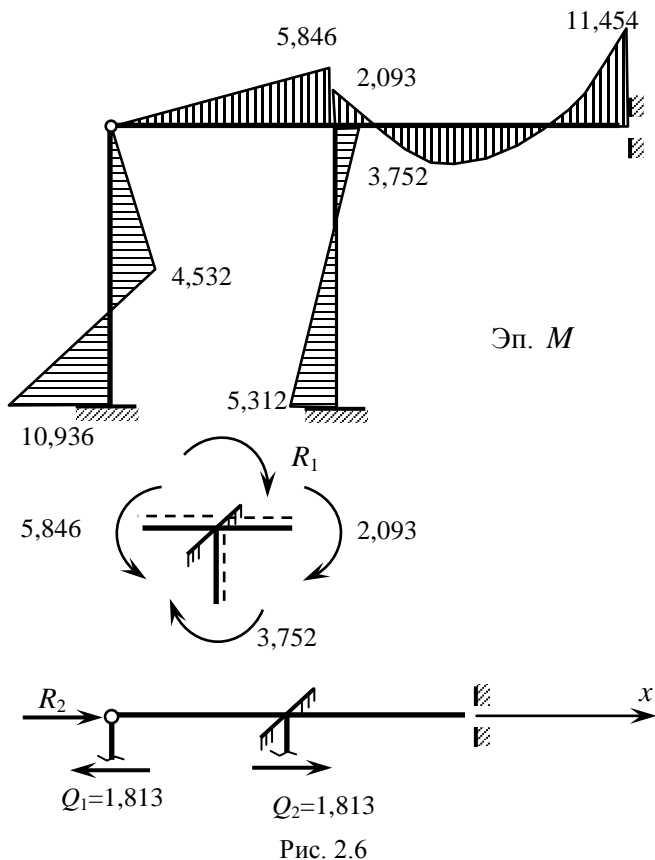


Рис. 2.5



Умножаем единичные эпюры на значения Z_1, Z_2 (рис. 2.5). Окончательную эпюру изгибающих моментов (рис. 2.6) получаем сложением эпюр

$$M = M_p + \bar{M}_1 \cdot Z_1 + \bar{M}_2 \cdot Z_2.$$

Проверяем эпюру M . Вырезаем узел D и верхнюю часть рамы. Составляем условия равновесия.

Для узла D :

$$\sum m_D = -R_1 + 5,846 - 3,752 - 2,093 = -R_1 + 0,001 = 0; \quad R_1 = 0.$$

Для верхней отсеченной части рамы

$$\sum x = R_2 - 1,813 + 1,813 = 0; \quad R_2 = 0.$$

Окончательная эпюра построена правильно.

Для вычисления поперечных сил рассмотрим каждый участок отдельно:

$$Q_{AB} = \frac{4,532 - (-10,936)}{2,5} = 6,187 \text{ кН};$$

$$Q_{BC} = \frac{0 - 4,532}{2,5} = -1,813 \text{ кН};$$

$$Q_{CD} = \frac{-5,846 - 0}{3} = -1,461 \text{ кН};$$

$$Q_{DG} = \frac{5,312 - (-3,752)}{5} = 1,813 \text{ кН};$$

$$Q_{DH, \text{лев}} = \frac{4 \cdot 5}{2} + \frac{(-11,454) - (-2,093)}{5} = 8,128 \text{ кН};$$

$$Q_{DH, \text{прав}} = -\frac{4 \cdot 5}{2} + \frac{(-11,454) - (-2,093)}{5} = -11,872 \text{ кН}.$$

Эпюра поперечных сил показана на рис. 2.7, а.

Для определения продольных сил в стержнях вырезаем узлы *C* и *D* рамы и составляем для них уравнения равновесия.

Узел *C* (рис. 2.7, б):

$$\sum x = 1,813 + N_{CD} = 0; \quad N_{CD} = -1,813 \text{ кН};$$

$$\sum y = -1,461 + N_{AC} = 0; \quad N_{AC} = 1,461 \text{ кН}.$$

В соответствии со знаком продольной силы в стержне *CD* направляем ее к сечению так, чтобы она сжимала стержень.

Узел *D* (рис. 2.7, в):

$$\sum x = -1,813 + 1,813 + N_{DH} = 0; \quad N_{DH} = 0;$$

$$\sum y = 1,461 + 8,128 + N_{DG} = 0; \quad N_{DG} = -9,589 \text{ кН}.$$

Эпюра продольных сил показана на рис. 2.7, в.

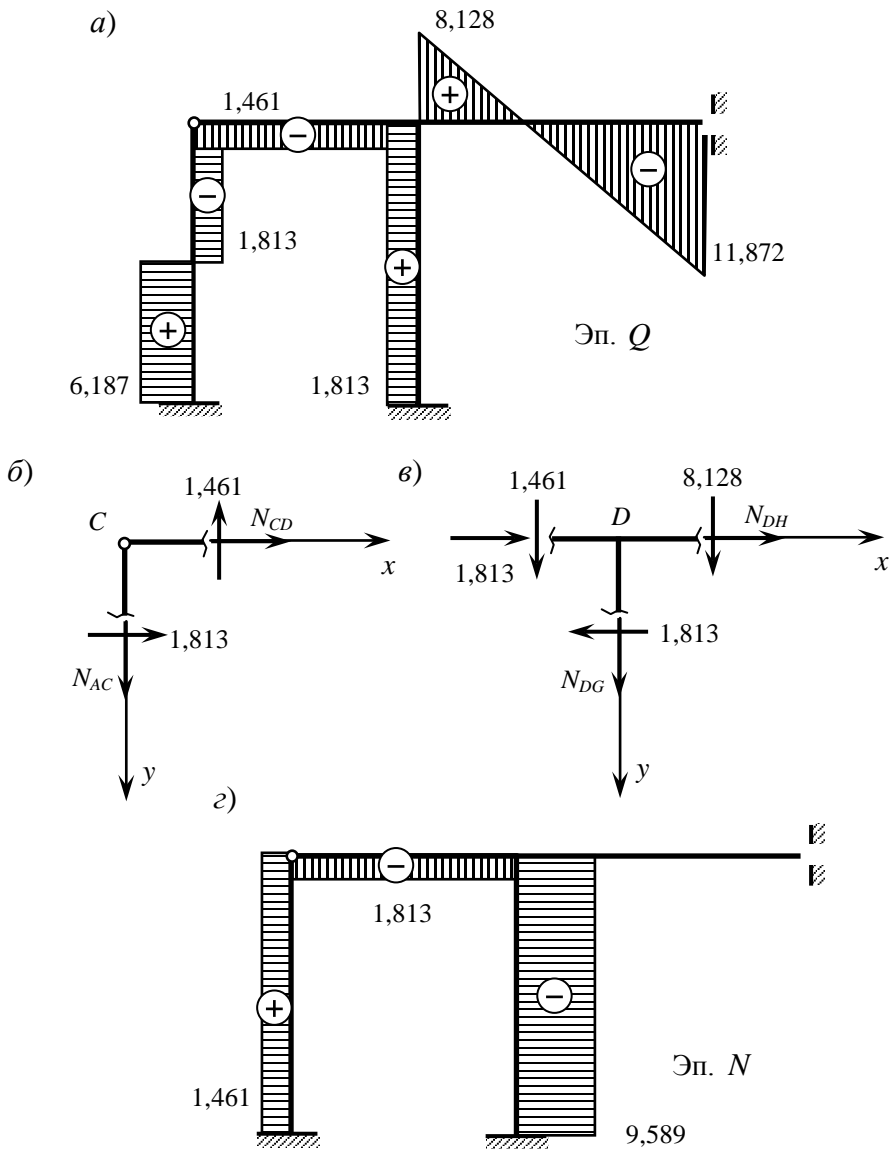


Рис. 2.7

3. РАСЧЕТ ПЛОСКОЙ РАМЫ НА УСТОЙЧИВОСТЬ

Методические указания

Цель расчета на устойчивость заключается в определении наименьшей критической нагрузки. Под критической нагрузкой понимается такая, при которой в конструкции наряду с первоначальной прямолинейной формой равновесия становится возможной смежная криволинейная форма равновесия.

Порядок решения задачи следующий.

Выбирается основная система метода перемещений.

Строятся единичные эпюры моментов $\bar{M}_1, \bar{M}_2, \dots, \bar{M}_n$ от единичных значений неизвестных, с учетом сжимающих сил в стержнях.

Построение единичных эпюр для сжатых стоек следует проводить по прил. 2, а для ригелей – по прил. 1.

Так как внешние силы действуют в узлах и направлены вертикально, то грузовые эпюры в основной системе не будут и свободные члены канонических уравнений обратятся в ноль.

Вычисляются коэффициенты канонических уравнений:

$$\begin{cases} r_{11}Z_1 + r_{12}Z_2 + \dots + r_{1n}Z_n = 0, \\ r_{21}Z_1 + r_{22}Z_2 + \dots + r_{2n}Z_n = 0, \\ \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots = 0, \\ r_{n1}Z_1 + r_{n2}Z_2 + \dots + r_{nm}Z_n = 0. \end{cases}$$

Коэффициенты канонических уравнений будут включать в себя некоторые функции $\varphi_k(v_i)$ и $\eta_m(v_j)$ от параметров сжатых стержней:

$$v_i = l_i \sqrt{F_i / EJ_i}, \quad v_j = l_j \sqrt{F_j / EJ_j},$$

где F_i и F_j – силы, действующие вдоль стоек длиной l_i и l_j ; EJ_i и EJ_j – изгибные жесткости стоек.

Так как по заданию силы F_i и F_j связаны между собой соотношением α , то параметры v_i и v_j окажутся связанными соотношением

$$\frac{v_i}{v_j} = \frac{l_i \sqrt{F_i / EJ_i}}{l_j \sqrt{F_j / EJ_j}} = \frac{l_i}{l_j} \sqrt{\alpha \frac{J_j}{J_i}}.$$

Для нахождения $F_{кр}$ составляется уравнение устойчивости

$$D = \begin{vmatrix} r_{11} & r_{12} \\ r_{21} & r_{22} \end{vmatrix} = r_{11} \cdot r_{22} - r_{12}^2 = 0.$$

Это уравнение решается относительно v подбором в такой последовательности:

- а) задаются значением v ;
- б) по таблицам специальных функций находят значения необходимых коэффициентов (функции $\varphi_k(v_i)$, $\eta_m(v_j)$...);
- в) найденные значения функций подставляются в уравнение устойчивости.

Если данные значения функций не удовлетворяют уравнению устойчивости, то задаются другим значением v и все вычисления повторяются. Эта операция продолжается до тех пор, пока принятые значения не будут удовлетворять уравнению устойчивости с заданной точностью.

Вычисляются значения критических сил в стойках:

$$F_{i,кр} = \frac{v_{кр,i}^2 \cdot EJ_i}{l_i^2}, \quad F_{j,кр} = \frac{v_{кр,j}^2 \cdot EJ_j}{l_j^2}.$$

Коэффициенты приведения длины сжатых стержней можно вычислить по формулам

$$\mu_i = \frac{\pi}{v_{кр,i}}, \quad \mu_j = \frac{\pi}{v_{кр,j}}.$$

Пример решения

Для статически неопределимой рамы (рис. 3.1) требуется определить значения критических сил, используя метод перемещений.

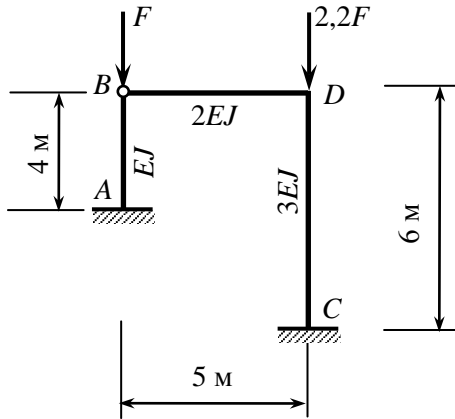


Рис. 3.1

Определяем параметры ν для сжатых стоек:

$$\nu_{AB} = 4\sqrt{\frac{F}{EJ}} = 4\sqrt{\frac{F}{EJ}} = \nu;$$

$$\nu_{CD} = 6\sqrt{\frac{2,2F}{3EJ}} = 5,14\sqrt{\frac{F}{EJ}} = \frac{5,14}{4}\nu = 1,29\nu.$$

Определяем количество неизвестных метода перемещений

$$n = n_y + n_n.$$

Рама имеет один жесткий узел, следовательно, $n_y = 1$.

Для определения числа возможных линейных смещений узлов рамы используем шарнирную схему рамы (рис 3.2).

Число степеней свободы

$$W = 3Д - 2Ш_0 - C_0 = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 - 4 = 1 = n_n.$$

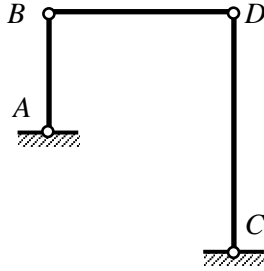


Рис. 3.2

Узлы B, D могут перемещаться по горизонтали.

Находим $n = n_y + n_{\text{л}} = 1 + 1 = 2$.

Выбираем основную систему метода перемещений, накладывая на узел D связь 1 , препятствующую повороту узла, и связь 2 , препятствующую линейному смещению узлов B, D (рис. 3.3).

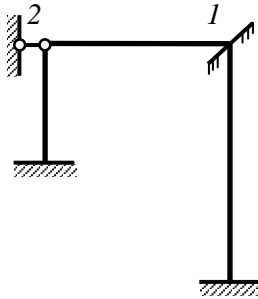


Рис. 3.3

Записываем систему канонических уравнений метода перемещений:

$$\begin{cases} r_{11}Z_1 + r_{12}Z_2 = 0, \\ r_{21}Z_1 + r_{22}Z_2 = 0. \end{cases}$$

Используя таблицы, построим опоры моментов от единичных перемещений введенных связей по заданным направлениям (рис. 3.4).

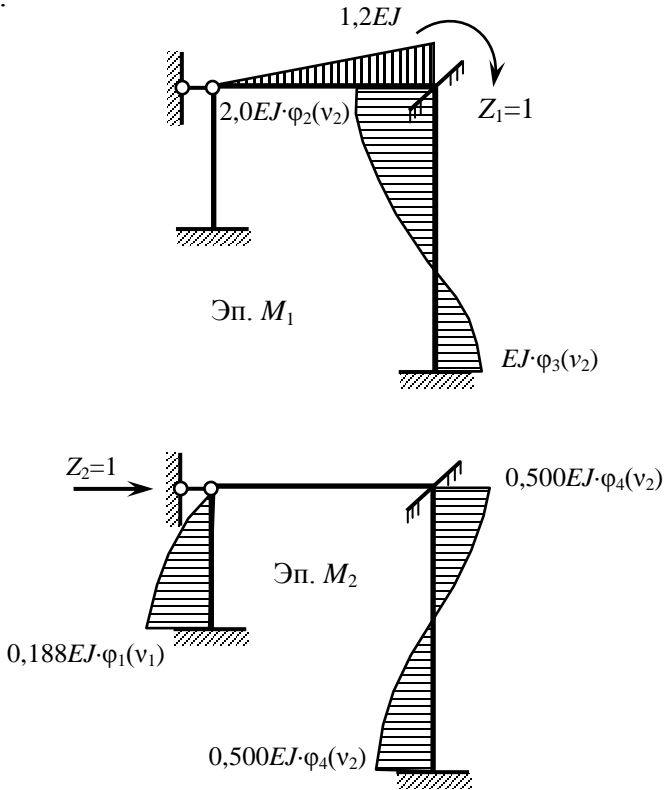


Рис. 3.4

Составляем выражения для коэффициентов при неизвестных. Вырезаем узел D и составляем уравнения равновесия (рис. 3.5).

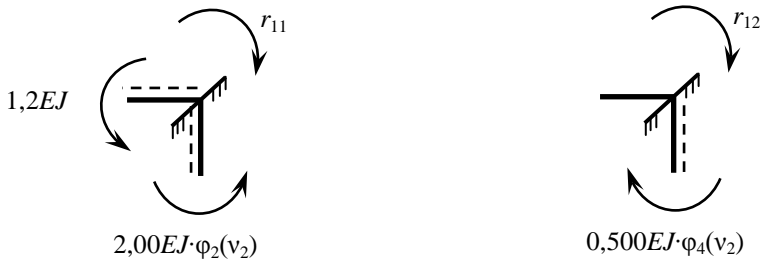


Рис. 3.5

$$\sum m_D = 0; \quad r_{11} = 1,2EJ + 2,0EJ \cdot \varphi_2(v_2) = 1,2EJ + 2,0EJ \cdot \varphi_2(1,29 \cdot v) = EJ[1,2 + 2,0\varphi_2(1,29v)];$$

$$\sum m_D = 0; \quad r_{12} = -0,500EJ \cdot \varphi_4(v_2) = -0,500EJ \cdot \varphi_4(1,29v) = EJ[-0,500 \cdot \varphi_4(1,29v)].$$

Реакцию в связи 2 находим из условия равновесия верхней отсеченной части рамы.

Поперечные силы находим, используя табличные значения реакций в сжато-изогнутых стержнях.

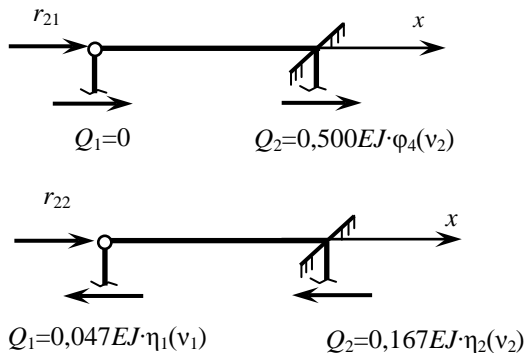


Рис. 3.6

$$\sum x = 0; \quad r_{21} = -Q_1 - Q_2 = -0,500EJ \cdot \varphi_4(v_2) =$$

$$= -0,500EJ \cdot \varphi_4(1,29v) = EJ[-0,500 \cdot \varphi_4(1,29v)] = r_{12}.$$

$$\sum x = 0; \quad r_{22} = Q_1 + Q_2 = 0,047EJ \cdot \eta_1(v_1) + 0,167EJ \cdot \eta_2(v_2) =$$

$$= 0,047EJ \cdot \eta_1(v) + 0,167EJ \cdot \eta_2(1,29v) =$$

$$= EJ \cdot [0,047 \cdot \eta_1(v) + 0,167 \cdot \eta_2(1,29v)].$$

Записываем уравнение устойчивости

$$D(v) = \begin{vmatrix} r_{11} & r_{12} \\ r_{21} & r_{22} \end{vmatrix} = r_{11} \cdot r_{22} - r_{12}^2 = 0.$$

Находим пределы возможного изменения параметра v . Для этого выбираем «ослабленную» схему заданной рамы. В качестве «ослабленной» может быть выбрана основная система метода сил (рис. 3.7).

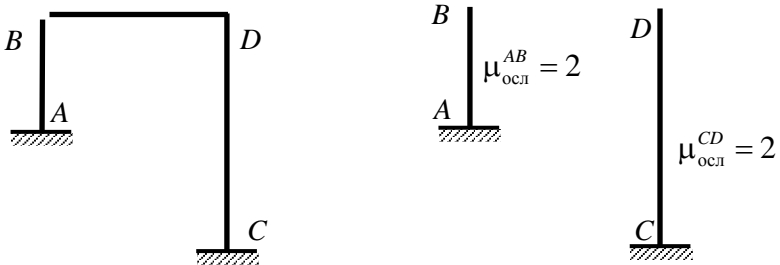


Рис. 3.7

Стойки AB и CD основной системы работают как консольные стержни (коэффициенты приведения длины $\mu = 2$). Ис-

пользуя зависимость $v = \frac{\pi}{\mu}$, получим

$$v_{\text{осл}}^{AB} = \frac{\pi}{\mu_{\text{осл}}^{AB}} = \frac{\pi}{2} = 1,57 = v;$$

$$v_{\text{осл}}^{CD} = \frac{\pi}{\mu_{\text{осл}}^{CD}} = \frac{\pi}{2} = 1,57 = 1,29v; \quad v = \frac{1,57}{1,29} = 1,22.$$

Из двух значений ($v = 1,57$ и $v = 1,22$) берем меньшее значение $v_{\text{осл}} = 1,22$. Для упрощения «ослабленную» систему можно не рассматривать, а принимать нижний предел v равным нулю. В некоторых случаях ослабленную систему выбрать не удастся, тогда принимают $v_{\text{осл}} = 0$.

В качестве «усиленной» схемы принимаем основную систему метода перемещений (рис. 3.8).

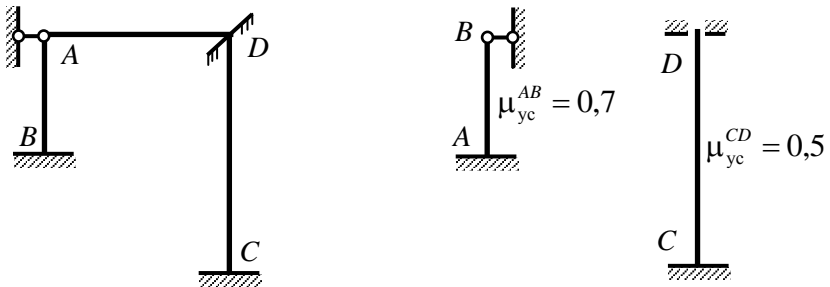


Рис. 3.8

$$v_{\text{ус}}^{AB} = \frac{\pi}{\mu_{\text{ус}}^{AB}} = \frac{\pi}{0,7} = 4,49 = v;$$

$$v_{\text{ус}}^{CD} = \frac{\pi}{\mu_{\text{ус}}^{CD}} = \frac{\pi}{0,5} = 6,28 = 1,29v; \quad v = \frac{6,28}{1,29} = 4,87.$$

Из двух значений ($v = 4,49$ и $v = 4,87$) выбираем меньшее $v_{\text{ус}} = 4,49$.

Таким образом, $1,22 \leq v_{\text{кр}} \leq 4,49$.

Для решения уравнения устойчивости используем метод деления отрезка пополам. Начальный интервал делим на две равные части и вычисляем значение определителя в точке:

$$v = \frac{1,22 + 4,49}{2} = 2,86; \quad 1,29v = 3,68.$$

По таблице прил. 3 определяем значения функций $\varphi_2(1,29v)$, $\varphi_4(1,29v)$, $\eta_1(1,29v)$, $\eta_2(1,29v)$, вычисляем значения коэффициентов r_{ij} и определителя $D(v)$ (первая строка табл. 3.1).

Так как определитель $D(2,86) = -0,513 < 0$, то параметр $v = 2,86$ больше критического и корень уравнения находится на интервале $1,22 \leq v_{кр} \leq 2,86$. Для второй попытки берем:

$$v = \frac{1,22 + 2,86}{2} = 2,04; \quad 1,29v = 2,63; \quad D(2,04) = -0,148 < 0.$$

Рама неустойчива, корень уравнения находится на интервале $1,22 \leq v_{кр} \leq 2,04$. Для третьей попытки:

$$v = \frac{1,22 + 2,04}{2} = 1,63; \quad 1,29v = 2,10; \quad D(1,63) = 0,044 > 0.$$

Это означает, что при $v = 1,63$ рама устойчива и интервал поиска сокращен до $1,63 \leq v_{кр} \leq 2,04$. Остальные вычисления приведены в табл. 3.1.

Таблица 3.1

v	$\varphi_2(1,29v)$	$\varphi_4(1,29v)$	$\eta_1(v)$	$\eta_2(1,29v)$	r_{11}	r_{12}	r_{22}	$D(v)$
2,86	0,431	0,747	-2,476	-0,388	2,062	-0,374	-0,181	-0,513
2,04	0,745	0,879	-0,705	0,302	2,690	-0,440	0,017	-0,148
1,63	0,844	0,924	-0,078	0,557	2,888	-0,462	0,089	0,044
1,84	0,797	0,902	-0,380	0,434	2,794	-0,451	0,055	-0,049
1,74	0,820	0,913	-0,231	0,495	2,840	-0,457	0,072	-0,004
1,69	0,831	0,918	-0,160	0,522	2,862	-0,459	0,080	0,018
1,72	0,824	0,915	-0,203	0,504	2,848	-0,458	0,075	0,004
1,73	0,822	0,914	-0,217	0,499	2,844	-0,457	0,073	-0,001

При $v = 1,72$ определитель $D(1,72) = 0,004 > 0$, при $v = 1,73$

$D(1,73) = -0,001 < 0$. Интервал поиска равен $1,73 - 1,72 = 0,01$, вычисления прекращаем.

По результатам вычислений принимаем

$$v_{кр} = \frac{1,72 + 1,73}{2} = 1,725.$$

Определяем значения критических сил:

а) для стойки AB

$$F_{кр}^{AB} = \frac{(v_{кр})^2 \cdot EJ_{AB}}{(l_{AB})^2} = \frac{(1,725)^2 \cdot EJ}{4^2} = 0,186EJ;$$

б) для стойки CD

$$F_{кр}^{CD} = \frac{(1,29v_{кр})^2 \cdot 3EJ_{CD}}{(l_{CD})^2} = \frac{(1,29 \cdot 1,725)^2 \cdot 3EJ}{6^2} = 0,413EJ.$$

Определяем коэффициенты приведения длин стержней:

$$\mu_{AB} = \frac{\pi}{v_{AB}} = \frac{\pi}{v_{кр}} = \frac{3,14}{1,725} = 1,82;$$

$$\mu_{CD} = \frac{\pi}{v_{CD}} = \frac{\pi}{1,29v_{кр}} = \frac{3,14}{1,29 \cdot 1,725} = 1,41.$$

4. ДИНАМИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ПЛОСКОЙ СИСТЕМЫ

Методические указания

Цель расчета – определить частоты собственных колебаний и построить эпюру изгибающих моментов при загрузении рамы вибрационной нагрузкой. Собственным весом стержней пренебрегают и учитывают только инерцию сосредоточенной массы ($m = Q/g$).

Вычисляют частоты собственных колебаний из решения «векового» уравнения:

$$\begin{vmatrix} (\delta_{11}m_1 - \lambda) & \delta_{12} \\ \delta_{21} & (\delta_{22}m_2 - \lambda) \end{vmatrix} = 0; \quad \lambda = \frac{1}{\omega^2}.$$

Для определения коэффициентов «векового» уравнения строят эпюры моментов M_1, M_2 от действия на раму единичных инерционных сил $I_1 = 1, I_2 = 1$. Затем определяют перемещения от единичных сил, приложенных по направлениям возможных колебаний массы $\delta_{11}, \delta_{22}, \delta_{12} = \delta_{21}$, используя способ Верещагина. Решив биквадратное уравнение относительно λ , находят две частоты собственных колебаний ω_1, ω_2 .

Построение эпюры динамических моментов от вибрационной нагрузки ведут в следующей последовательности. Строят эпюру моментов M_p от статического действия на раму амплитудной величины внешней нагрузки.

Записывают уравнения движения масс системы под действием гармонической внешней нагрузки и сил инерции масс:

$$\begin{cases} \delta_{11}^* I_1 + \delta_{12} I_2 + \Delta_{1p} = 0, \\ \delta_{21} I_1 + \delta_{22}^* I_2 + \Delta_{2p} = 0, \end{cases} \quad \delta_{ii}^* = \delta_{ii} - \frac{1}{m_i \theta^2},$$

где $\theta = 0,5\omega_1$ – частота изменения внешней нагрузки;

ω_1 – наименьшая частота собственных колебаний.

Определив амплитудные значения инерционных сил I_1 и I_2 , строят эпюру динамических моментов по формуле

$$M_{\text{дин}} = M_p + M_1 \cdot I_1 + M_2 \cdot I_2.$$

Пример решения

Для рамы (рис. 4.1), требуется:

- определить частоты собственных колебаний;
- построить эпюру изгибающих моментов от действия вибрационной нагрузки.

Числовые данные для расчета: $l = 2 \text{ м}$, $Q = 10 \text{ кН}$,
 $F = 3,0 \text{ кН}$, $EJ = 20000 \text{ кН} \cdot \text{м}^2$.

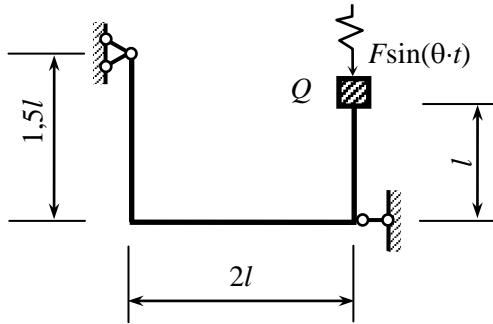


Рис. 4.1

Система, изображенная на рис. 4.1, имеет две степени свободы, т. к. положение массы определяется двумя параметрами: вертикальным и горизонтальным перемещениями.

Для определения единичных перемещений строим эпюры M_1, M_2 .

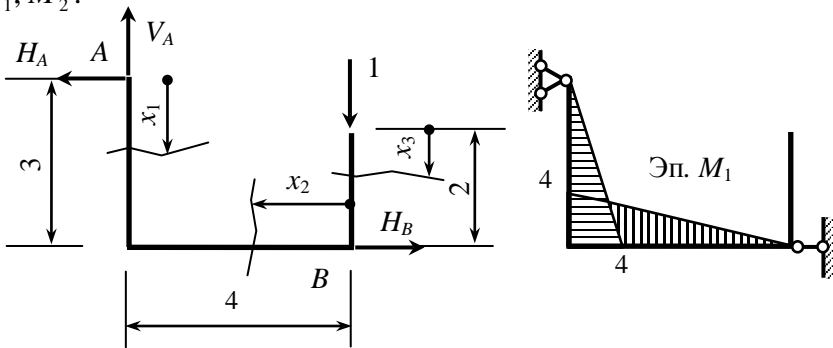


Рис. 4.2

Определим опорные реакции:

$$\sum y = V_A - 1 = 0; \quad V_A = 1;$$

$$\sum m_A = H_B \cdot 3 - 1 \cdot 4 = 0; \quad H_B = \frac{4}{3} = 1,333;$$

$$\sum x = -H_A + H_B = 0; \quad H_A = H_B = 1,333.$$

Определим изгибающие моменты по сечениям рамы, разделив ее на три участка:

$$0 \leq x_1 \leq 3 \text{ м}: \quad M_1 = H_A \cdot x_1;$$

$$\text{при } x_1 = 0 \quad M_1 = 0;$$

$$\text{при } x_1 = 3 \quad M_1 = 4,0.$$

$$0 \leq x_2 \leq 4 \text{ м}: \quad M_1 = -1 \cdot x_2;$$

$$\text{при } x_2 = 0 \quad M_1 = 0;$$

$$\text{при } x_2 = 4 \quad M_1 = -4,0.$$

$$0 \leq x_3 \leq 2 \text{ м}: \quad M_1 = 0.$$

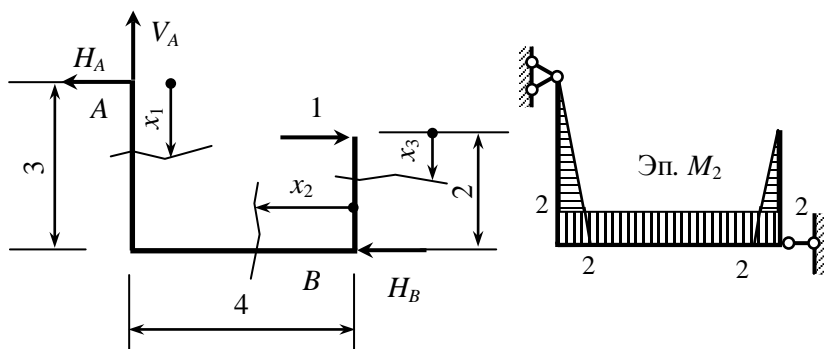


Рис. 4.3

$$\sum y = V_A = 0;$$

$$\sum m_A = H_B \cdot 3 - 1 \cdot 1 = 0; \quad H_B = \frac{1}{3} = 0,333;$$

$$\sum x = 1 - H_A - H_B = 0; \quad H_A = 1 - H_B = 0,667.$$

$$0 \leq x_1 \leq 3 \text{ м}: \quad M_2 = H_A \cdot x_1;$$

при $x_1 = 0$ $M_2 = 0$;

при $x_1 = 3$ $M_2 = 2,0$.

$0 \leq x_2 \leq 4$ м: $M_2 = -1 \cdot 2 = -2,0$;

$0 \leq x_3 \leq 2$ м: $M_2 = 1 \cdot x_3$.

при $x_3 = 0$ $M_2 = 0$;

при $x_2 = 2$ $M_2 = 2,0$.

Вычислим единичные перемещения, используя способ Верещагина:

$$\delta_{11} = \sum \int \frac{M_1 \cdot M_1}{EJ} ds = \frac{1}{EJ} \left(\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 \cdot \frac{2}{3} \cdot 4 + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \cdot \frac{2}{3} \cdot 4 \right) = \frac{37,333}{EJ};$$

$$\delta_{12} = \sum \int \frac{M_1 \cdot M_2}{EJ} ds = \frac{1}{EJ} \left(\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \cdot 2 \right) = \frac{24,000}{EJ};$$

$$\delta_{22} = \sum \int \frac{M_2 \cdot M_2}{EJ} ds = \frac{1}{EJ} \left(\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2 + 2 \cdot 4 \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2 \right) = \frac{22,667}{EJ}.$$

Записываем «вековое» уравнение

$$\begin{vmatrix} \left(\frac{37,333}{EJ} m - \lambda \right) & \frac{24,0}{EJ} m \\ \frac{24,0}{EJ} m & \left(\frac{22,667}{EJ} m - \lambda \right) \end{vmatrix} = 0. \text{ Обозначая } x = \frac{\lambda \cdot EJ}{m}, \text{ получим:}$$

$$\begin{vmatrix} (37,333 - x) & 24,0 \\ 24,0 & (22,667 - x) \end{vmatrix} = (37,333 - x) \cdot (22,667 - x) - (24,0)^2 = 0;$$

$$\text{или } x^2 - 60,0 \cdot x + 270,222 = 0;$$

Решая уравнение, найдем корни $x_{1,2}$:

$$x_{1,2} = \frac{60,0 \pm \sqrt{(60,0)^2 - 4 \cdot 270,222}}{2} = 30,0 \pm 25,095;$$

$$x_1 = 30,0 + 25,095 = 55,095; \quad x_2 = 30,0 - 25,095 = 4,905;$$

$$\lambda_1 = \frac{x_1 \cdot m}{EJ} = \frac{55,095 \cdot m}{EJ}; \quad \lambda_2 = \frac{x_2 \cdot m}{EJ} = \frac{4,905 \cdot m}{EJ}.$$

Вычислим частоты собственных колебаний:

$$\begin{aligned}\omega_1 &= \sqrt{\frac{1}{\lambda_1}} = \sqrt{\frac{EJ}{55,095 \cdot m}} = 0,135 \sqrt{\frac{EJ}{m}} = 0,135 \sqrt{\frac{EJ \cdot g}{Q}} = \\ &= 0,135 \sqrt{\frac{20000 \cdot 10^3 \cdot 9,81}{10 \cdot 10^3}} = 18,9 \text{ c}^{-1}; \\ \omega_2 &= \sqrt{\frac{1}{\lambda_2}} = \sqrt{\frac{EJ}{4,905 \cdot m}} = 0,452 \sqrt{\frac{EJ}{m}} = 0,452 \sqrt{\frac{EJ \cdot g}{Q}} = \\ &= 0,452 \sqrt{\frac{20000 \cdot 10^3 \cdot 9,81}{10 \cdot 10^3}} = 63,3 \text{ c}^{-1}.\end{aligned}$$

Частоту изменения вибрационной нагрузки согласно условию задачи примем равной половине низшей частоты собственных колебаний системы:

$$\theta = 0,5\omega_1 = 0,068 \sqrt{\frac{EJ}{m}}; \quad \theta^2 = 0,0046 \cdot \frac{EJ}{m}.$$

Для построения эпюры изгибающих моментов с учетом статического действия нагрузки M_p воспользуемся эпюрой M_1 , тогда $M_p = M_1 \cdot F$ (рис. 4.4, а).

Вычислим коэффициенты системы уравнений для определения инерционных сил:

$$\delta_{11}^* = \delta_{11} - \frac{1}{m\theta^2} = \frac{37,333}{EJ} - \frac{1}{m \frac{0,0046 \cdot EJ}{m}} = \frac{37,333}{EJ} - \frac{217,39}{EJ} = -\frac{180,06}{EJ};$$

$$\delta_{22}^* = \delta_{22} - \frac{1}{m\theta^2} = \frac{22,667}{EJ} - \frac{1}{m \frac{0,0046 \cdot EJ}{m}} = \frac{22,667}{EJ} - \frac{217,39}{EJ} = -\frac{194,7}{EJ};$$

$$\Delta_{1p} = \sum \int \frac{M_1 \cdot M_p}{EJ} ds = \sum \int \frac{M_1 \cdot M_1 \cdot F}{EJ} ds = \delta_{11} \cdot F = \frac{37,333 \cdot 3}{EJ} = \frac{112,0}{EJ};$$

$$\Delta_{2p} = \sum \int \frac{M_2 \cdot M_p}{EJ} ds = \sum \int \frac{M_2 \cdot M_1 \cdot F}{EJ} ds = \delta_{21} \cdot F = \frac{24,0 \cdot 3}{EJ} = \frac{72,0}{EJ}.$$

Решаем систему уравнений:

$$\begin{cases} -180,06 \cdot I_1 + 24,0 \cdot I_2 + 112,0 = 0, \\ 24,0 \cdot I_1 - 194,7 \cdot I_2 + 72,0 = 0. \end{cases}$$

Амплитудные значения сил инерции:

$$I_1 = 0,682 \text{ кН}; \quad I_2 = 0,453 \text{ кН}.$$

Строим эпюру динамических моментов (рис. 4.4, б)

$$M_{\text{дин}} = M_p + M_1 \cdot I_1 + M_2 \cdot I_2.$$

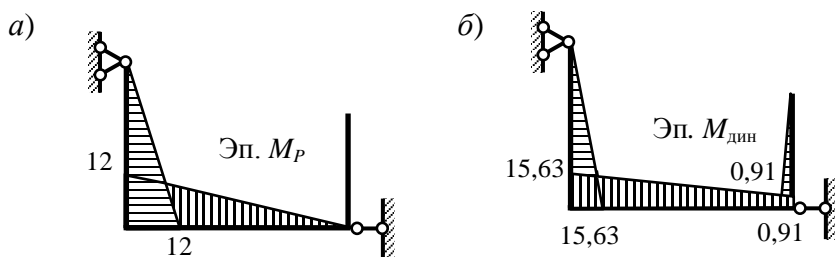


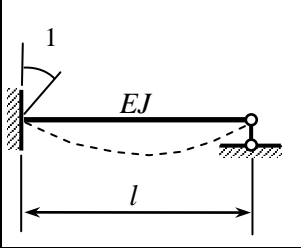
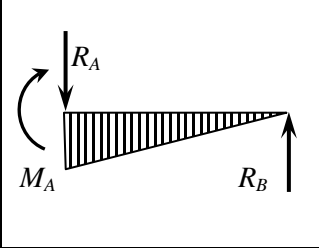
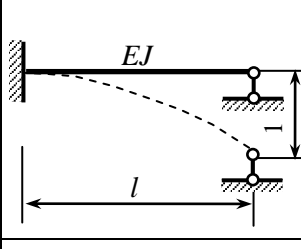
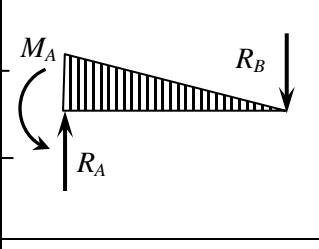
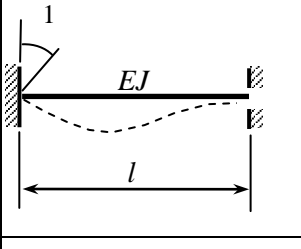
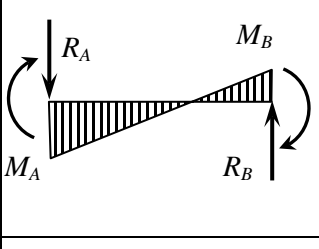
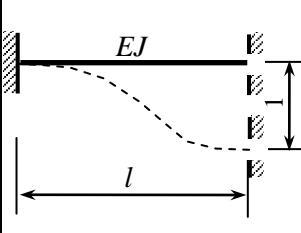
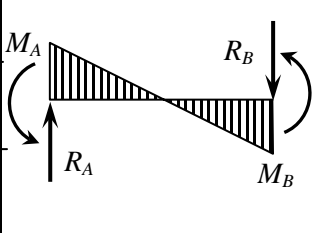
Рис. 4.4

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

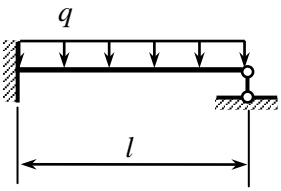
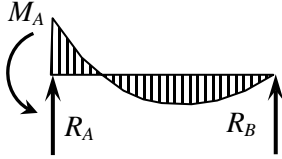
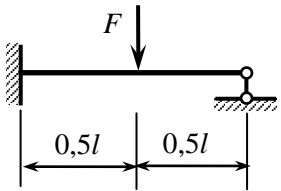
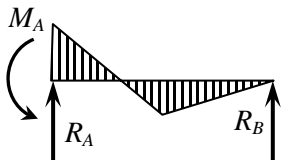
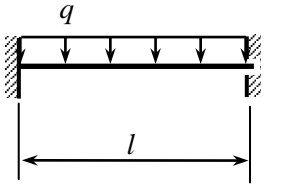
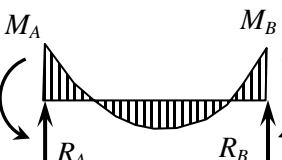
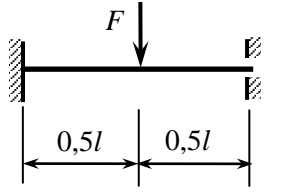

1. *Строительная механика*. Рабочая программа и контрольные задания для студентов заочного факультета специальности «Промышленное и гражданское строительство». Ч. II: методические указания / О.М. Лоскутов, О.Ю. Малеткин, А.П. Малиновский [и др.]. – Томск: Изд-во Том. гос. архит.-строит. ун-та, 2005. – 30 с.
2. *Дарков, А.В.* Строительная механика: учебник для вузов / А.В. Дарков, Н.Н. Шапошников. – СПб.: Лань, 2004. – 656 с.
3. *Леонтьев, Н.Н.* Основы строительной механики стержневых систем: учебник для вузов / Н.Н. Леонтьев, Д.Н. Соболев, Л.Л. Амосов. – М.: Изд-во АСВ, 1996. – 541 с.

4. *Анохин, Н.Н.* Строительная механика в примерах и задачах. Ч. II. Статически неопределимые системы: учебное пособие / Н.Н. Анохин. – М.: Изд-во АСВ, 2000. – 464 с.
5. *Кузнецова, Р.Е.* Динамический расчет плоской системы: методические указания / Р.Е. Кузнецова. – Томск: Офсетная лаборатория ТИСИ, 1987. – 10 с.
6. *Тухфатуллин, Б.А.* Строительная механика. Примеры выполнения контрольных работ для студентов заочного факультета специальности «Промышленное и гражданское строительство». Ч. I: методические указания / Б.А. Тухфатуллин, О.М. Лоскутов. – Томск: Изд-во Том. гос. архит.-строит. ун-та, 2004. – 56 с.

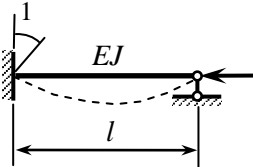
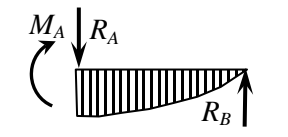
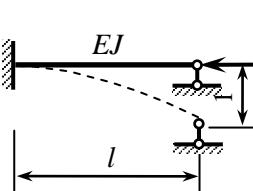
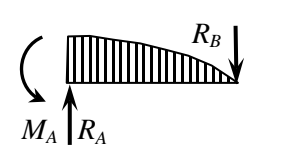
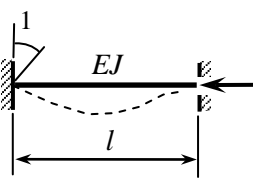
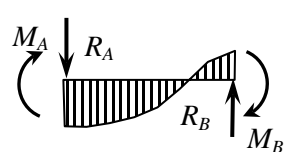
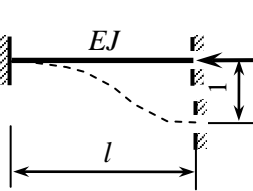
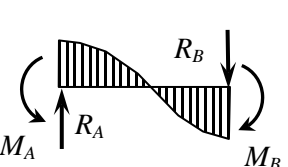
Эпюры моментов и опорные реакции для расчета рам методом перемещений

Схема стержня	Эпюра моментов	Опорные реакции
		$M_A = \frac{3EJ}{l}$ $R_A = R_B = \frac{3EJ}{l^2}$
		$M_A = \frac{3EJ}{l^2}$ $R_A = R_B = \frac{3EJ}{l^3}$
		$M_A = \frac{4EJ}{l}$ $M_B = \frac{2EJ}{l}$ $R_A = R_B = \frac{6EJ}{l^2}$
		$M_A = M_B = \frac{6EJ}{l^2}$ $R_A = R_B = \frac{12EJ}{l^3}$

Окончание приложения 1

Схема стержня	Эпюра моментов	Опорные реакции
		$M_A = \frac{ql^2}{8}$ $R_A = \frac{5}{8}ql$ $R_B = \frac{3}{8}ql$
		$M_A = \frac{3}{16}Fl$ $R_A = \frac{11}{16}F$ $R_B = \frac{5}{16}F$
		$M_A = M_B = \frac{ql^2}{12}$ $R_A = R_B = \frac{1}{2}ql$
		$M_A = M_B = \frac{Fl}{8}$ $R_A = R_B = \frac{F}{2}$

Эпюры моментов и опорные реакции для расчета рам на устойчивость методом перемещений

Схема стержня	Эпюра моментов	Опорные реакции
		$M_A = \frac{3EJ}{l} \varphi_1(\nu)$ $R_A = R_B = \frac{3EJ}{l^2} \varphi_1(\nu)$
		$M_A = \frac{3EJ}{l^2} \varphi_1(\nu)$ $R_A = R_B = \frac{3EJ}{l^3} \eta_1(\nu)$
		$M_A = \frac{4EJ}{l} \varphi_2(\nu)$ $M_B = \frac{2EJ}{l} \varphi_3(\nu)$ $R_A = R_B = \frac{6EJ}{l^2} \varphi_4(\nu)$
		$M_A = M_B = \frac{6EJ}{l^2} \varphi_4(\nu)$ $R_A = R_B = \frac{12EJ}{l^3} \eta_2(\nu)$

**Функции для расчета рам на устойчивость
методом перемещений**

ν	$\varphi_1(\nu)$	$\varphi_2(\nu)$	$\varphi_3(\nu)$	$\varphi_4(\nu)$	$\eta_1(\nu)$	$\eta_2(\nu)$
0,01	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
0,02	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9998	1,0000
0,03	0,9999	1,0000	1,0000	1,0000	0,9996	0,9999
0,04	0,9999	0,9999	1,0000	1,0000	0,9994	0,9998
0,05	0,9998	0,9999	1,0000	1,0000	0,9990	0,9997
0,06	0,9998	0,9999	1,0001	0,9999	0,9986	0,9996
0,07	0,9997	0,9998	1,0001	0,9999	0,9980	0,9995
0,08	0,9996	0,9998	1,0001	0,9999	0,9974	0,9994
0,09	0,9995	0,9997	1,0001	0,9999	0,9968	0,9992
0,10	0,9993	0,9997	1,0002	0,9998	0,9960	0,9990
0,11	0,9992	0,9996	1,0002	0,9998	0,9952	0,9988
0,12	0,9990	0,9995	1,0002	0,9998	0,9942	0,9986
0,13	0,9989	0,9994	1,0003	0,9997	0,9932	0,9983
0,14	0,9987	0,9993	1,0003	0,9997	0,9922	0,9980
0,15	0,9985	0,9992	1,0004	0,9996	0,9910	0,9977
0,16	0,9983	0,9991	1,0004	0,9996	0,9898	0,9974
0,17	0,9981	0,9990	1,0005	0,9995	0,9884	0,9971
0,18	0,9978	0,9989	1,0005	0,9995	0,9870	0,9968
0,19	0,9976	0,9988	1,0006	0,9994	0,9856	0,9964
0,20	0,9973	0,9987	1,0007	0,9993	0,9840	0,9960
0,21	0,9971	0,9985	1,0007	0,9993	0,9824	0,9956
0,22	0,9968	0,9984	1,0008	0,9992	0,9806	0,9952
0,23	0,9965	0,9982	1,0009	0,9991	0,9788	0,9947
0,24	0,9962	0,9981	1,0010	0,9990	0,9770	0,9942
0,25	0,9958	0,9979	1,0010	0,9990	0,9750	0,9937
0,26	0,9955	0,9977	1,0011	0,9989	0,9730	0,9932
0,27	0,9951	0,9976	1,0012	0,9988	0,9708	0,9927
0,28	0,9948	0,9974	1,0013	0,9987	0,9686	0,9922
0,29	0,9944	0,9972	1,0014	0,9986	0,9663	0,9916
0,30	0,9940	0,9970	1,0015	0,9985	0,9640	0,9910
0,31	0,9936	0,9968	1,0016	0,9984	0,9615	0,9904
0,32	0,9932	0,9966	1,0017	0,9983	0,9590	0,9898
0,33	0,9927	0,9964	1,0018	0,9982	0,9564	0,9891
0,34	0,9923	0,9961	1,0019	0,9981	0,9537	0,9884

Продолжение приложения 3

ν	$\varphi_1(\nu)$	$\varphi_2(\nu)$	$\varphi_3(\nu)$	$\varphi_4(\nu)$	$\eta_1(\nu)$	$\eta_2(\nu)$
0,35	0,9918	0,9959	1,0020	0,9980	0,9510	0,9877
0,36	0,9913	0,9957	1,0022	0,9978	0,9481	0,9870
0,37	0,9908	0,9954	1,0023	0,9977	0,9452	0,9863
0,38	0,9903	0,9952	1,0024	0,9976	0,9422	0,9856
0,39	0,9898	0,9949	1,0025	0,9975	0,9391	0,9848
0,40	0,9893	0,9947	1,0027	0,9973	0,9360	0,9840
0,41	0,9887	0,9944	1,0028	0,9972	0,9327	0,9832
0,42	0,9882	0,9941	1,0030	0,9971	0,9294	0,9824
0,43	0,9876	0,9938	1,0031	0,9969	0,9260	0,9815
0,44	0,9870	0,9935	1,0032	0,9968	0,9225	0,9806
0,45	0,9864	0,9932	1,0034	0,9966	0,9189	0,9797
0,46	0,9858	0,9929	1,0035	0,9965	0,9153	0,9788
0,47	0,9852	0,9926	1,0037	0,9963	0,9115	0,9779
0,48	0,9845	0,9923	1,0039	0,9962	0,9077	0,9770
0,49	0,9839	0,9920	1,0040	0,9960	0,9038	0,9760
0,50	0,9832	0,9916	1,0042	0,9958	0,8999	0,9750
0,51	0,9825	0,9913	1,0044	0,9957	0,8958	0,9740
0,52	0,9818	0,9910	1,0045	0,9955	0,8917	0,9730
0,53	0,9811	0,9906	1,0047	0,9953	0,8875	0,9719
0,54	0,9804	0,9902	1,0049	0,9951	0,8832	0,9708
0,55	0,9797	0,9899	1,0051	0,9949	0,8788	0,9697
0,56	0,9789	0,9895	1,0053	0,9948	0,8744	0,9686
0,57	0,9781	0,9891	1,0055	0,9946	0,8698	0,9675
0,58	0,9774	0,9887	1,0057	0,9944	0,8652	0,9663
0,59	0,9766	0,9883	1,0059	0,9942	0,8605	0,9652
0,60	0,9757	0,9879	1,0061	0,9940	0,8557	0,9640
0,61	0,9749	0,9875	1,0063	0,9938	0,8509	0,9628
0,62	0,9741	0,9871	1,0065	0,9936	0,8460	0,9615
0,63	0,9732	0,9867	1,0067	0,9934	0,8409	0,9603
0,64	0,9724	0,9863	1,0069	0,9932	0,8358	0,9590
0,65	0,9715	0,9858	1,0071	0,9929	0,8307	0,9577
0,66	0,9706	0,9854	1,0074	0,9927	0,8254	0,9564
0,67	0,9697	0,9849	1,0076	0,9925	0,8200	0,9551
0,68	0,9688	0,9845	1,0078	0,9923	0,8146	0,9537
0,69	0,9678	0,9840	1,0081	0,9920	0,8091	0,9524
0,70	0,9669	0,9836	1,0083	0,9918	0,8035	0,9510

Продолжение приложения 3

ν	$\varphi_1(\nu)$	$\varphi_2(\nu)$	$\varphi_3(\nu)$	$\varphi_4(\nu)$	$\eta_1(\nu)$	$\eta_2(\nu)$
0,71	0,9659	0,9831	1,0085	0,9916	0,7979	0,9496
0,72	0,9649	0,9826	1,0088	0,9913	0,7921	0,9481
0,73	0,9639	0,9821	1,0090	0,9911	0,7863	0,9467
0,74	0,9629	0,9816	1,0093	0,9908	0,7804	0,9452
0,75	0,9619	0,9811	1,0095	0,9906	0,7744	0,9437
0,76	0,9608	0,9806	1,0098	0,9903	0,7683	0,9422
0,77	0,9598	0,9801	1,0101	0,9901	0,7622	0,9407
0,78	0,9587	0,9796	1,0103	0,9898	0,7559	0,9391
0,79	0,9576	0,9790	1,0106	0,9896	0,7496	0,9375
0,80	0,9565	0,9785	1,0109	0,9893	0,7432	0,9360
0,81	0,9554	0,9779	1,0112	0,9890	0,7367	0,9343
0,82	0,9543	0,9774	1,0114	0,9887	0,7302	0,9327
0,83	0,9531	0,9768	1,0117	0,9885	0,7235	0,9311
0,84	0,9520	0,9763	1,0120	0,9882	0,7168	0,9294
0,85	0,9508	0,9757	1,0123	0,9879	0,7100	0,9277
0,86	0,9496	0,9751	1,0126	0,9876	0,7031	0,9260
0,87	0,9484	0,9745	1,0129	0,9873	0,6961	0,9242
0,88	0,9472	0,9739	1,0132	0,9870	0,6891	0,9225
0,89	0,9460	0,9733	1,0135	0,9867	0,6819	0,9207
0,90	0,9447	0,9727	1,0138	0,9864	0,6747	0,9189
0,91	0,9434	0,9721	1,0142	0,9861	0,6674	0,9171
0,92	0,9422	0,9715	1,0145	0,9858	0,6600	0,9153
0,93	0,9409	0,9708	1,0148	0,9855	0,6526	0,9134
0,94	0,9395	0,9702	1,0151	0,9852	0,6450	0,9115
0,95	0,9382	0,9696	1,0155	0,9849	0,6374	0,9097
0,96	0,9369	0,9689	1,0158	0,9845	0,6297	0,9077
0,97	0,9355	0,9682	1,0162	0,9842	0,6219	0,9058
0,98	0,9341	0,9676	1,0165	0,9839	0,6140	0,9038
0,99	0,9327	0,9669	1,0168	0,9835	0,6060	0,9019
1,00	0,9313	0,9662	1,0172	0,9832	0,5980	0,8999
1,01	0,9299	0,9655	1,0176	0,9829	0,5899	0,8979
1,02	0,9285	0,9648	1,0179	0,9825	0,5817	0,8958
1,03	0,9270	0,9641	1,0183	0,9822	0,5734	0,8938
1,04	0,9256	0,9634	1,0186	0,9818	0,5650	0,8917
1,05	0,9241	0,9627	1,0190	0,9815	0,5566	0,8896
1,06	0,9226	0,9620	1,0194	0,9811	0,5480	0,8875

Продолжение приложения 3

ν	$\varphi_1(\nu)$	$\varphi_2(\nu)$	$\varphi_3(\nu)$	$\varphi_4(\nu)$	$\eta_1(\nu)$	$\eta_2(\nu)$
1,07	0,9210	0,9613	1,0198	0,9808	0,5394	0,8854
1,08	0,9195	0,9605	1,0202	0,9804	0,5307	0,8832
1,09	0,9180	0,9598	1,0206	0,9800	0,5219	0,8810
1,10	0,9164	0,9590	1,0209	0,9797	0,5131	0,8788
1,11	0,9148	0,9582	1,0213	0,9793	0,5041	0,8766
1,12	0,9132	0,9575	1,0217	0,9789	0,4951	0,8744
1,13	0,9116	0,9567	1,0222	0,9785	0,4859	0,8721
1,14	0,9099	0,9559	1,0226	0,9781	0,4767	0,8698
1,15	0,9083	0,9551	1,0230	0,9777	0,4675	0,8675
1,16	0,9066	0,9543	1,0234	0,9774	0,4581	0,8652
1,17	0,9049	0,9535	1,0238	0,9770	0,4486	0,8629
1,18	0,9032	0,9527	1,0242	0,9766	0,4391	0,8605
1,19	0,9015	0,9519	1,0247	0,9762	0,4295	0,8581
1,20	0,8998	0,9511	1,0251	0,9757	0,4198	0,8557
1,21	0,8980	0,9502	1,0256	0,9753	0,4100	0,8533
1,22	0,8963	0,9494	1,0260	0,9749	0,4001	0,8509
1,23	0,8945	0,9485	1,0264	0,9745	0,3902	0,8484
1,24	0,8927	0,9477	1,0269	0,9741	0,3801	0,8460
1,25	0,8908	0,9468	1,0274	0,9737	0,3700	0,8435
1,26	0,8890	0,9459	1,0278	0,9732	0,3598	0,8409
1,27	0,8871	0,9451	1,0283	0,9728	0,3495	0,8384
1,28	0,8853	0,9442	1,0288	0,9724	0,3391	0,8358
1,29	0,8834	0,9433	1,0292	0,9719	0,3287	0,8333
1,30	0,8814	0,9424	1,0297	0,9715	0,3181	0,8307
1,31	0,8795	0,9415	1,0302	0,9710	0,3075	0,8280
1,32	0,8776	0,9405	1,0307	0,9706	0,2968	0,8254
1,33	0,8756	0,9396	1,0312	0,9701	0,2860	0,8227
1,34	0,8736	0,9387	1,0317	0,9697	0,2751	0,8200
1,35	0,8716	0,9377	1,0322	0,9692	0,2641	0,8173
1,36	0,8696	0,9368	1,0327	0,9688	0,2531	0,8146
1,37	0,8675	0,9358	1,0332	0,9683	0,2419	0,8119
1,38	0,8655	0,9349	1,0337	0,9678	0,2307	0,8091
1,39	0,8634	0,9339	1,0342	0,9673	0,2194	0,8063
1,40	0,8613	0,9329	1,0348	0,9669	0,2080	0,8035
1,41	0,8592	0,9319	1,0353	0,9664	0,1965	0,8007
1,42	0,8571	0,9309	1,0358	0,9659	0,1849	0,7979

Продолжение приложения 3

ν	$\varphi_1(\nu)$	$\varphi_2(\nu)$	$\varphi_3(\nu)$	$\varphi_4(\nu)$	$\eta_1(\nu)$	$\eta_2(\nu)$
1,43	0,8549	0,9299	1,0364	0,9654	0,1733	0,7950
1,44	0,8527	0,9289	1,0369	0,9649	0,1615	0,7921
1,45	0,8505	0,9279	1,0375	0,9644	0,1497	0,7892
1,46	0,8483	0,9269	1,0380	0,9639	0,1378	0,7863
1,47	0,8461	0,9258	1,0386	0,9634	0,1258	0,7833
1,48	0,8438	0,9248	1,0391	0,9629	0,1137	0,7804
1,49	0,8416	0,9237	1,0397	0,9624	0,1015	0,7774
1,50	0,8393	0,9227	1,0403	0,9619	0,0893	0,7744
1,51	0,8370	0,9216	1,0409	0,9614	0,0769	0,7714
1,52	0,8346	0,9205	1,0415	0,9608	0,0645	0,7683
1,53	0,8323	0,9195	1,0420	0,9603	0,0520	0,7652
1,54	0,8299	0,9184	1,0426	0,9598	0,0394	0,7622
1,55	0,8275	0,9173	1,0432	0,9593	0,0267	0,7590
1,56	0,8251	0,9162	1,0438	0,9587	0,0139	0,7559
1,57	0,8227	0,9150	1,0444	0,9582	0,0010	0,7528
1,58	0,8202	0,9139	1,0451	0,9576	-0,0119	0,7496
1,59	0,8177	0,9128	1,0457	0,9571	-0,0250	0,7464
1,60	0,8152	0,9116	1,0463	0,9565	-0,0381	0,7432
1,61	0,8127	0,9105	1,0469	0,9560	-0,0513	0,7400
1,62	0,8102	0,9093	1,0476	0,9554	-0,0646	0,7367
1,63	0,8076	0,9082	1,0482	0,9549	-0,0780	0,7334
1,64	0,8050	0,9070	1,0489	0,9543	-0,0915	0,7302
1,65	0,8024	0,9058	1,0495	0,9537	-0,1051	0,7268
1,66	0,7998	0,9046	1,0502	0,9531	-0,1187	0,7235
1,67	0,7971	0,9034	1,0508	0,9526	-0,1325	0,7202
1,68	0,7945	0,9022	1,0515	0,9520	-0,1463	0,7168
1,69	0,7918	0,9010	1,0522	0,9514	-0,1603	0,7134
1,70	0,7891	0,8998	1,0529	0,9508	-0,1743	0,7100
1,71	0,7863	0,8985	1,0535	0,9502	-0,1884	0,7065
1,72	0,7835	0,8973	1,0542	0,9496	-0,2026	0,7031
1,73	0,7808	0,8961	1,0549	0,9490	-0,2169	0,6996
1,74	0,7779	0,8948	1,0556	0,9484	-0,2313	0,6961
1,75	0,7751	0,8935	1,0563	0,9478	-0,2457	0,6926
1,76	0,7723	0,8923	1,0570	0,9472	-0,2603	0,6891
1,77	0,7694	0,8910	1,0578	0,9466	-0,2749	0,6855
1,78	0,7665	0,8897	1,0585	0,9460	-0,2897	0,6819

Продолжение приложения 3

ν	$\varphi_1(\nu)$	$\varphi_2(\nu)$	$\varphi_3(\nu)$	$\varphi_4(\nu)$	$\eta_1(\nu)$	$\eta_2(\nu)$
1,79	0,7635	0,8884	1,0592	0,9453	-0,3045	0,6783
1,80	0,7606	0,8871	1,0600	0,9447	-0,3194	0,6747
1,81	0,7576	0,8858	1,0607	0,9441	-0,3344	0,6711
1,82	0,7546	0,8844	1,0614	0,9434	-0,3495	0,6674
1,83	0,7516	0,8831	1,0622	0,9428	-0,3647	0,6637
1,84	0,7485	0,8818	1,0630	0,9422	-0,3800	0,6600
1,85	0,7455	0,8804	1,0637	0,9415	-0,3954	0,6563
1,86	0,7424	0,8790	1,0645	0,9409	-0,4108	0,6526
1,87	0,7392	0,8777	1,0653	0,9402	-0,4264	0,6488
1,88	0,7361	0,8763	1,0661	0,9395	-0,4421	0,6450
1,89	0,7329	0,8749	1,0669	0,9389	-0,4578	0,6412
1,90	0,7297	0,8735	1,0676	0,9382	-0,4736	0,6374
1,91	0,7265	0,8721	1,0684	0,9375	-0,4896	0,6335
1,92	0,7232	0,8707	1,0693	0,9369	-0,5056	0,6297
1,93	0,7199	0,8693	1,0701	0,9362	-0,5217	0,6258
1,94	0,7166	0,8678	1,0709	0,9355	-0,5379	0,6219
1,95	0,7133	0,8664	1,0717	0,9348	-0,5542	0,6180
1,96	0,7099	0,8649	1,0726	0,9341	-0,5706	0,6140
1,97	0,7065	0,8635	1,0734	0,9334	-0,5871	0,6100
1,98	0,7031	0,8620	1,0742	0,9327	-0,6037	0,6060
1,99	0,6996	0,8605	1,0751	0,9320	-0,6204	0,6020
2,00	0,6961	0,8590	1,0760	0,9313	-0,6372	0,5980
2,01	0,6926	0,8575	1,0768	0,9306	-0,6541	0,5940
2,02	0,6891	0,8560	1,0777	0,9299	-0,6710	0,5899
2,03	0,6855	0,8545	1,0786	0,9292	-0,6881	0,5858
2,04	0,6819	0,8530	1,0795	0,9285	-0,7053	0,5817
2,05	0,6783	0,8514	1,0804	0,9278	-0,7225	0,5775
2,06	0,6747	0,8499	1,0813	0,9270	-0,7399	0,5734
2,07	0,6710	0,8483	1,0822	0,9263	-0,7573	0,5692
2,08	0,6673	0,8468	1,0831	0,9256	-0,7749	0,5650
2,09	0,6635	0,8452	1,0840	0,9248	-0,7925	0,5608
2,10	0,6597	0,8436	1,0849	0,9241	-0,8103	0,5566
2,11	0,6559	0,8420	1,0859	0,9233	-0,8281	0,5523
2,12	0,6521	0,8404	1,0868	0,9226	-0,8461	0,5480
2,13	0,6482	0,8388	1,0878	0,9218	-0,8641	0,5437
2,14	0,6443	0,8372	1,0887	0,9210	-0,8822	0,5394

Продолжение приложения 3

ν	$\varphi_1(\nu)$	$\varphi_2(\nu)$	$\varphi_3(\nu)$	$\varphi_4(\nu)$	$\eta_1(\nu)$	$\eta_2(\nu)$
2,15	0,6404	0,8356	1,0897	0,9203	-0,9005	0,5351
2,16	0,6364	0,8339	1,0907	0,9195	-0,9188	0,5307
2,17	0,6324	0,8323	1,0917	0,9187	-0,9372	0,5263
2,18	0,6284	0,8306	1,0926	0,9180	-0,9558	0,5219
2,19	0,6243	0,8289	1,0936	0,9172	-0,9744	0,5175
2,20	0,6202	0,8273	1,0946	0,9164	-0,9931	0,5131
2,21	0,6160	0,8256	1,0957	0,9156	-1,0120	0,5086
2,22	0,6119	0,8239	1,0967	0,9148	-1,0309	0,5041
2,23	0,6077	0,8222	1,0977	0,9140	-1,0500	0,4996
2,24	0,6034	0,8204	1,0987	0,9132	-1,0691	0,4951
2,25	0,5991	0,8187	1,0998	0,9124	-1,0884	0,4905
2,26	0,5948	0,8170	1,1008	0,9116	-1,1077	0,4859
2,27	0,5905	0,8152	1,1019	0,9108	-1,1272	0,4814
2,28	0,5861	0,8134	1,1030	0,9099	-1,1467	0,4767
2,29	0,5817	0,8117	1,1040	0,9091	-1,1664	0,4721
2,30	0,5772	0,8099	1,1051	0,9083	-1,1861	0,4675
2,31	0,5727	0,8081	1,1062	0,9075	-1,2060	0,4628
2,32	0,5681	0,8063	1,1073	0,9066	-1,2260	0,4581
2,33	0,5636	0,8045	1,1084	0,9058	-1,2461	0,4534
2,34	0,5589	0,8026	1,1095	0,9049	-1,2663	0,4486
2,35	0,5543	0,8008	1,1106	0,9041	-1,2865	0,4439
2,36	0,5496	0,7990	1,1118	0,9032	-1,3069	0,4391
2,37	0,5449	0,7971	1,1129	0,9024	-1,3274	0,4343
2,38	0,5401	0,7952	1,1141	0,9015	-1,3481	0,4295
2,39	0,5352	0,7934	1,1152	0,9006	-1,3688	0,4246
2,40	0,5304	0,7915	1,1164	0,8998	-1,3896	0,4198
2,41	0,5255	0,7896	1,1176	0,8989	-1,4106	0,4149
2,42	0,5205	0,7877	1,1188	0,8980	-1,4316	0,4100
2,43	0,5155	0,7857	1,1200	0,8971	-1,4528	0,4051
2,44	0,5105	0,7838	1,1212	0,8963	-1,4740	0,4001
2,45	0,5054	0,7819	1,1224	0,8954	-1,4954	0,3952
2,46	0,5003	0,7799	1,1236	0,8945	-1,5169	0,3902
2,47	0,4951	0,7779	1,1248	0,8936	-1,5385	0,3852
2,48	0,4899	0,7760	1,1261	0,8927	-1,5603	0,3801
2,49	0,4846	0,7740	1,1273	0,8917	-1,5821	0,3751
2,50	0,4793	0,7720	1,1286	0,8908	-1,6040	0,3700

Продолжение приложения 3

ν	$\varphi_1(\nu)$	$\varphi_2(\nu)$	$\varphi_3(\nu)$	$\varphi_4(\nu)$	$\eta_1(\nu)$	$\eta_2(\nu)$
2,51	0,4739	0,7699	1,1298	0,8899	-1,6261	0,3649
2,52	0,4685	0,7679	1,1311	0,8890	-1,6483	0,3598
2,53	0,4631	0,7659	1,1324	0,8881	-1,6706	0,3547
2,54	0,4576	0,7638	1,1337	0,8871	-1,6930	0,3495
2,55	0,4520	0,7618	1,1350	0,8862	-1,7155	0,3443
2,56	0,4464	0,7597	1,1363	0,8853	-1,7381	0,3391
2,57	0,4407	0,7576	1,1377	0,8843	-1,7609	0,3339
2,58	0,4350	0,7555	1,1390	0,8834	-1,7838	0,3287
2,59	0,4292	0,7534	1,1404	0,8824	-1,8068	0,3234
2,60	0,4234	0,7513	1,1417	0,8814	-1,8299	0,3181
2,61	0,4175	0,7492	1,1431	0,8805	-1,8532	0,3128
2,62	0,4116	0,7470	1,1445	0,8795	-1,8765	0,3075
2,63	0,4056	0,7449	1,1459	0,8785	-1,9000	0,3021
2,64	0,3996	0,7427	1,1473	0,8776	-1,9236	0,2968
2,65	0,3935	0,7405	1,1487	0,8766	-1,9474	0,2914
2,66	0,3873	0,7383	1,1501	0,8756	-1,9712	0,2860
2,67	0,3811	0,7361	1,1515	0,8746	-1,9952	0,2805
2,68	0,3748	0,7339	1,1530	0,8736	-2,0193	0,2751
2,69	0,3685	0,7317	1,1544	0,8726	-2,0436	0,2696
2,70	0,3621	0,7295	1,1559	0,8716	-2,0679	0,2641
2,71	0,3556	0,7272	1,1574	0,8706	-2,0924	0,2586
2,72	0,3491	0,7249	1,1589	0,8696	-2,1171	0,2531
2,73	0,3425	0,7227	1,1604	0,8686	-2,1418	0,2475
2,74	0,3358	0,7204	1,1619	0,8675	-2,1667	0,2419
2,75	0,3291	0,7181	1,1634	0,8665	-2,1917	0,2363
2,76	0,3223	0,7158	1,1650	0,8655	-2,2169	0,2307
2,77	0,3154	0,7134	1,1665	0,8645	-2,2422	0,2250
2,78	0,3085	0,7111	1,1681	0,8634	-2,2676	0,2194
2,79	0,3015	0,7087	1,1696	0,8624	-2,2932	0,2137
2,80	0,2944	0,7064	1,1712	0,8613	-2,3189	0,2080
2,81	0,2873	0,7040	1,1728	0,8603	-2,3447	0,2022
2,82	0,2801	0,7016	1,1744	0,8592	-2,3707	0,1965
2,83	0,2728	0,6992	1,1761	0,8581	-2,3968	0,1907
2,84	0,2654	0,6967	1,1777	0,8571	-2,4231	0,1849
2,85	0,2580	0,6943	1,1794	0,8560	-2,4495	0,1791
2,86	0,2504	0,6918	1,1810	0,8549	-2,4761	0,1733

Продолжение приложения 3

ν	$\varphi_1(\nu)$	$\varphi_2(\nu)$	$\varphi_3(\nu)$	$\varphi_4(\nu)$	$\eta_1(\nu)$	$\eta_2(\nu)$
2,87	0,2428	0,6894	1,1827	0,8538	-2,5028	0,1674
2,88	0,2352	0,6869	1,1844	0,8527	-2,5296	0,1615
2,89	0,2274	0,6844	1,1861	0,8516	-2,5566	0,1556
2,90	0,2195	0,6819	1,1878	0,8505	-2,5838	0,1497
2,91	0,2116	0,6794	1,1895	0,8494	-2,6111	0,1438
2,92	0,2036	0,6769	1,1913	0,8483	-2,6386	0,1378
2,93	0,1955	0,6743	1,1930	0,8472	-2,6662	0,1318
2,94	0,1873	0,6717	1,1948	0,8461	-2,6939	0,1258
2,95	0,1790	0,6692	1,1966	0,8450	-2,7219	0,1198
2,96	0,1706	0,6666	1,1984	0,8438	-2,7499	0,1137
2,97	0,1621	0,6640	1,2002	0,8427	-2,7782	0,1076
2,98	0,1535	0,6613	1,2020	0,8416	-2,8066	0,1015
2,99	0,1449	0,6587	1,2039	0,8404	-2,8352	0,0954
3,00	0,1361	0,6560	1,2057	0,8393	-2,8639	0,0893
3,01	0,1272	0,6534	1,2076	0,8381	-2,8928	0,0831
3,02	0,1182	0,6507	1,2095	0,8370	-2,9219	0,0769
3,03	0,1091	0,6480	1,2114	0,8358	-2,9512	0,0707
3,04	0,1000	0,6453	1,2133	0,8346	-2,9806	0,0645
3,05	0,0907	0,6426	1,2152	0,8335	-3,0102	0,0582
3,06	0,0812	0,6398	1,2172	0,8323	-3,0400	0,0520
3,07	0,0717	0,6371	1,2192	0,8311	-3,0699	0,0457
3,08	0,0621	0,6343	1,2211	0,8299	-3,1001	0,0394
3,09	0,0523	0,6315	1,2231	0,8287	-3,1304	0,0330
3,10	0,0424	0,6287	1,2251	0,8275	-3,1609	0,0267
3,11	0,0324	0,6259	1,2272	0,8263	-3,1916	0,0203
3,12	0,0223	0,6230	1,2292	0,8251	-3,2225	0,0139
3,13	0,0121	0,6202	1,2313	0,8239	-3,2536	0,0075
3,14	0,0017	0,6173	1,2334	0,8227	-3,2849	0,0010
3,15	-0,0089	0,6144	1,2355	0,8214	-3,3164	-0,0054
3,16	-0,0195	0,6115	1,2376	0,8202	-3,3480	-0,0119
3,17	-0,0303	0,6086	1,2397	0,8190	-3,3799	-0,0184
3,18	-0,0412	0,6057	1,2419	0,8177	-3,4120	-0,0250
3,19	-0,0523	0,6027	1,2440	0,8165	-3,4443	-0,0315
3,20	-0,0635	0,5997	1,2462	0,8152	-3,4769	-0,0381
3,21	-0,0749	0,5968	1,2484	0,8140	-3,5096	-0,0447
3,22	-0,0864	0,5937	1,2506	0,8127	-3,5426	-0,0513

Продолжение приложения 3

ν	$\varphi_1(\nu)$	$\varphi_2(\nu)$	$\varphi_3(\nu)$	$\varphi_4(\nu)$	$\eta_1(\nu)$	$\eta_2(\nu)$
3,23	-0,0981	0,5907	1,2529	0,8114	-3,5758	-0,0580
3,24	-0,1100	0,5877	1,2551	0,8102	-3,6092	-0,0646
3,25	-0,1220	0,5846	1,2574	0,8089	-3,6428	-0,0713
3,26	-0,1342	0,5816	1,2597	0,8076	-3,6767	-0,0780
3,27	-0,1465	0,5785	1,2620	0,8063	-3,7108	-0,0848
3,28	-0,1591	0,5753	1,2644	0,8050	-3,7452	-0,0915
3,29	-0,1718	0,5722	1,2667	0,8037	-3,7798	-0,0983
3,30	-0,1847	0,5691	1,2691	0,8024	-3,8147	-0,1051
3,31	-0,1977	0,5659	1,2715	0,8011	-3,8498	-0,1119
3,32	-0,2110	0,5627	1,2739	0,7998	-3,8852	-0,1187
3,33	-0,2245	0,5595	1,2764	0,7985	-3,9208	-0,1256
3,34	-0,2382	0,5563	1,2788	0,7971	-3,9567	-0,1325
3,35	-0,2521	0,5531	1,2813	0,7958	-3,9929	-0,1394
3,36	-0,2662	0,5498	1,2838	0,7945	-4,0294	-0,1463
3,37	-0,2805	0,5465	1,2863	0,7931	-4,0661	-0,1533
3,38	-0,2950	0,5432	1,2889	0,7918	-4,1032	-0,1603
3,39	-0,3098	0,5399	1,2914	0,7904	-4,1405	-0,1673
3,40	-0,3248	0,5366	1,2940	0,7891	-4,1781	-0,1743
3,41	-0,3401	0,5332	1,2966	0,7877	-4,2161	-0,1813
3,42	-0,3556	0,5298	1,2993	0,7863	-4,2544	-0,1884
3,43	-0,3713	0,5264	1,3019	0,7849	-4,2930	-0,1955
3,44	-0,3873	0,5230	1,3046	0,7835	-4,3319	-0,2026
3,45	-0,4036	0,5196	1,3073	0,7822	-4,3711	-0,2097
3,46	-0,4202	0,5161	1,3100	0,7808	-4,4107	-0,2169
3,47	-0,4370	0,5126	1,3128	0,7794	-4,4507	-0,2241
3,48	-0,4542	0,5091	1,3156	0,7779	-4,4910	-0,2313
3,49	-0,4716	0,5056	1,3184	0,7765	-4,5317	-0,2385
3,50	-0,4894	0,5021	1,3212	0,7751	-4,5727	-0,2457
3,51	-0,5075	0,4985	1,3240	0,7737	-4,6142	-0,2530
3,52	-0,5259	0,4949	1,3269	0,7723	-4,6560	-0,2603
3,53	-0,5446	0,4913	1,3298	0,7708	-4,6983	-0,2676
3,54	-0,5637	0,4877	1,3327	0,7694	-4,7409	-0,2749
3,55	-0,5832	0,4841	1,3357	0,7679	-4,7840	-0,2823
3,56	-0,6030	0,4804	1,3387	0,7665	-4,8275	-0,2897
3,57	-0,6232	0,4767	1,3417	0,7650	-4,8715	-0,2971
3,58	-0,6438	0,4730	1,3447	0,7635	-4,9159	-0,3045

Продолжение приложения 3

ν	$\varphi_1(\nu)$	$\varphi_2(\nu)$	$\varphi_3(\nu)$	$\varphi_4(\nu)$	$\eta_1(\nu)$	$\eta_2(\nu)$
3,59	-0,6648	0,4692	1,3478	0,7621	-4,9608	-0,3119
3,60	-0,6862	0,4655	1,3509	0,7606	-5,0062	-0,3194
3,61	-0,7081	0,4617	1,3540	0,7591	-5,0521	-0,3269
3,62	-0,7304	0,4579	1,3571	0,7576	-5,0985	-0,3344
3,63	-0,7532	0,4540	1,3603	0,7561	-5,1455	-0,3420
3,64	-0,7764	0,4502	1,3635	0,7546	-5,1930	-0,3495
3,65	-0,8002	0,4463	1,3667	0,7531	-5,2410	-0,3571
3,66	-0,8244	0,4424	1,3700	0,7516	-5,2896	-0,3647
3,67	-0,8492	0,4384	1,3733	0,7501	-5,3389	-0,3723
3,68	-0,8746	0,4345	1,3766	0,7485	-5,3887	-0,3800
3,69	-0,9005	0,4305	1,3800	0,7470	-5,4392	-0,3877
3,70	-0,9270	0,4265	1,3834	0,7455	-5,4904	-0,3954
3,71	-0,9542	0,4225	1,3868	0,7439	-5,5422	-0,4031
3,72	-0,9819	0,4184	1,3902	0,7424	-5,5947	-0,4108
3,73	-1,0104	0,4143	1,3937	0,7408	-5,6480	-0,4186
3,74	-1,0395	0,4102	1,3973	0,7392	-5,7020	-0,4264
3,75	-1,0693	0,4061	1,4008	0,7377	-5,7568	-0,4342
3,76	-1,0999	0,4019	1,4044	0,7361	-5,8124	-0,4421
3,77	-1,1312	0,3977	1,4080	0,7345	-5,8689	-0,4499
3,78	-1,1634	0,3935	1,4117	0,7329	-5,9262	-0,4578
3,79	-1,1964	0,3893	1,4154	0,7313	-5,9844	-0,4657
3,80	-1,2303	0,3850	1,4191	0,7297	-6,0436	-0,4736
3,81	-1,2651	0,3807	1,4228	0,7281	-6,1038	-0,4816
3,82	-1,3008	0,3764	1,4266	0,7265	-6,1650	-0,4896
3,83	-1,3376	0,3720	1,4305	0,7248	-6,2272	-0,4976
3,84	-1,3754	0,3676	1,4344	0,7232	-6,2906	-0,5056
3,85	-1,4142	0,3632	1,4383	0,7216	-6,3551	-0,5137
3,86	-1,4542	0,3588	1,4422	0,7199	-6,4208	-0,5217
3,87	-1,4955	0,3543	1,4462	0,7183	-6,4878	-0,5298
3,88	-1,5379	0,3498	1,4502	0,7166	-6,5561	-0,5379
3,89	-1,5817	0,3452	1,4543	0,7149	-6,6257	-0,5461
3,90	-1,6269	0,3407	1,4584	0,7133	-6,6969	-0,5542
3,91	-1,6735	0,3361	1,4626	0,7116	-6,7695	-0,5624
3,92	-1,7216	0,3315	1,4668	0,7099	-6,8437	-0,5706
3,93	-1,7714	0,3268	1,4710	0,7082	-6,9197	-0,5789
3,94	-1,8228	0,3221	1,4753	0,7065	-6,9973	-0,5871

Продолжение приложения 3

ν	$\varphi_1(\nu)$	$\varphi_2(\nu)$	$\varphi_3(\nu)$	$\varphi_4(\nu)$	$\eta_1(\nu)$	$\eta_2(\nu)$
3,95	-1,8760	0,3174	1,4796	0,7048	-7,0768	-0,5954
3,96	-1,9311	0,3126	1,4840	0,7031	-7,1583	-0,6037
3,97	-1,9882	0,3078	1,4884	0,7014	-7,2418	-0,6121
3,98	-2,0474	0,3030	1,4928	0,6996	-7,3275	-0,6204
3,99	-2,1088	0,2982	1,4973	0,6979	-7,4155	-0,6288
4,00	-2,1726	0,2933	1,5019	0,6961	-7,5060	-0,6372
4,01	-2,2390	0,2884	1,5065	0,6944	-7,5990	-0,6456
4,02	-2,3079	0,2834	1,5111	0,6926	-7,6947	-0,6541
4,03	-2,3798	0,2784	1,5158	0,6909	-7,7934	-0,6625
4,04	-2,4546	0,2734	1,5205	0,6891	-7,8952	-0,6710
4,05	-2,5327	0,2683	1,5253	0,6873	-8,0002	-0,6796
4,06	-2,6143	0,2632	1,5302	0,6855	-8,1088	-0,6881
4,07	-2,6995	0,2581	1,5351	0,6837	-8,2211	-0,6967
4,08	-2,7887	0,2529	1,5400	0,6819	-8,3375	-0,7053
4,09	-2,8822	0,2477	1,5450	0,6801	-8,4582	-0,7139
4,10	-2,9802	0,2424	1,5501	0,6783	-8,5836	-0,7225
4,11	-3,0832	0,2372	1,5552	0,6765	-8,7139	-0,7312
4,12	-3,1916	0,2318	1,5603	0,6747	-8,8497	-0,7399
4,13	-3,3057	0,2265	1,5655	0,6728	-8,9913	-0,7486
4,14	-3,4260	0,2211	1,5708	0,6710	-9,1392	-0,7573
4,15	-3,5532	0,2156	1,5761	0,6691	-9,2940	-0,7661
4,16	-3,6878	0,2101	1,5815	0,6673	-9,4564	-0,7749
4,17	-3,8305	0,2046	1,5870	0,6654	-9,6268	-0,7837
4,18	-3,9821	0,1990	1,5925	0,6635	-9,8063	-0,7925
4,19	-4,1435	0,1934	1,5981	0,6616	-9,9955	-0,8014
4,20	-4,3156	0,1878	1,6037	0,6597	-10,196	-0,8103
4,21	-4,4996	0,1821	1,6094	0,6578	-10,408	-0,8192
4,22	-4,6968	0,1763	1,6151	0,6559	-10,633	-0,8281
4,23	-4,9087	0,1705	1,6210	0,6540	-10,873	-0,8371
4,24	-5,1370	0,1647	1,6269	0,6521	-11,130	-0,8461
4,25	-5,3838	0,1588	1,6328	0,6501	-11,405	-0,8551
4,26	-5,6514	0,1529	1,6388	0,6482	-11,701	-0,8641
4,27	-5,9427	0,1469	1,6449	0,6463	-12,020	-0,8731
4,28	-6,2609	0,1409	1,6511	0,6443	-12,367	-0,8822
4,29	-6,6099	0,1348	1,6573	0,6423	-12,745	-0,8913
4,30	-6,9947	0,1287	1,6636	0,6404	-13,158	-0,9005

Продолжение приложения 3

ν	$\varphi_1(\nu)$	$\varphi_2(\nu)$	$\varphi_3(\nu)$	$\varphi_4(\nu)$	$\eta_1(\nu)$	$\eta_2(\nu)$
4,31	-7,4210	0,1226	1,6700	0,6384	-13,613	-0,9096
4,32	-7,8961	0,1164	1,6765	0,6364	-14,117	-0,9188
4,33	-8,4288	0,1101	1,6830	0,6344	-14,678	-0,9280
4,34	-9,0304	0,1038	1,6896	0,6324	-15,309	-0,9372
4,35	-9,7154	0,0974	1,6963	0,6304	-16,023	-0,9465
4,36	-10,502	0,0910	1,7031	0,6284	-16,839	-0,9558
4,37	-11,416	0,0845	1,7099	0,6263	-17,782	-0,9651
4,38	-12,491	0,0780	1,7168	0,6243	-18,886	-0,9744
4,39	-13,772	0,0714	1,7239	0,6222	-20,196	-0,9838
4,40	-15,327	0,0648	1,7310	0,6202	-21,780	-0,9931
4,41	-17,254	0,0581	1,7382	0,6181	-23,737	-1,0026
4,42	-19,704	0,0514	1,7454	0,6160	-26,216	-1,0120
4,43	-22,926	0,0446	1,7528	0,6140	-29,468	-1,0214
4,44	-27,353	0,0377	1,7602	0,6119	-33,925	-1,0309
4,45	-33,818	0,0308	1,7678	0,6098	-40,419	-1,0404
4,46	-44,150	0,0238	1,7754	0,6077	-50,781	-1,0500
4,47	-63,306	0,0167	1,7832	0,6055	-69,966	-1,0595
4,48	-111,02	0,0096	1,7910	0,6034	-117,71	-1,0691
4,49	-438,64	0,0025	1,7989	0,6013	-445,36	-1,0787
4,50	227,93	-0,0048	1,8070	0,5991	221,18	-1,0884
4,51	90,940	-0,0121	1,8151	0,5970	84,160	-1,0980
4,52	56,983	-0,0194	1,8234	0,5948	50,173	-1,1077
4,53	41,584	-0,0269	1,8317	0,5927	34,744	-1,1174
4,54	32,794	-0,0344	1,8402	0,5905	25,923	-1,1272
4,55	27,108	-0,0419	1,8487	0,5883	20,207	-1,1369
4,56	23,129	-0,0496	1,8574	0,5861	16,198	-1,1467
4,57	20,187	-0,0573	1,8662	0,5839	13,226	-1,1565
4,58	17,924	-0,0651	1,8751	0,5817	10,932	-1,1664
4,59	16,129	-0,0729	1,8841	0,5794	9,1061	-1,1762
4,60	14,669	-0,0809	1,8933	0,5772	7,6160	-1,1861
4,61	13,459	-0,0889	1,9026	0,5749	6,3753	-1,1961
4,62	12,440	-0,0969	1,9120	0,5727	5,3249	-1,2060
4,63	11,569	-0,1051	1,9215	0,5704	4,4230	-1,2160
4,64	10,816	-0,1134	1,9312	0,5681	3,6392	-1,2260
4,65	10,158	-0,1217	1,9409	0,5659	2,9509	-1,2360
4,66	9,5793	-0,1301	1,9509	0,5636	2,3408	-1,2461

Продолжение приложения 3

ν	$\varphi_1(\nu)$	$\varphi_2(\nu)$	$\varphi_3(\nu)$	$\varphi_4(\nu)$	$\eta_1(\nu)$	$\eta_2(\nu)$
4,67	9,0652	-0,1386	1,9609	0,5613	1,7956	-1,2561
4,68	8,6057	-0,1471	1,9711	0,5589	1,3049	-1,2663
4,69	8,1924	-0,1558	1,9815	0,5566	0,8604	-1,2764
4,70	7,8186	-0,1645	1,9920	0,5543	0,4553	-1,2865
4,71	7,4789	-0,1734	2,0026	0,5519	0,0842	-1,2967
4,72	7,1686	-0,1823	2,0134	0,5496	-0,2575	-1,3069
4,73	6,8841	-0,1913	2,0243	0,5472	-0,5735	-1,3172
4,74	6,6223	-0,2005	2,0355	0,5449	-0,8669	-1,3274
4,75	6,3804	-0,2097	2,0467	0,5425	-1,1404	-1,3377
4,76	6,1563	-0,2190	2,0582	0,5401	-1,3962	-1,3481
4,77	5,9480	-0,2284	2,0698	0,5377	-1,6363	-1,3584
4,78	5,7538	-0,2379	2,0815	0,5352	-1,8624	-1,3688
4,79	5,5723	-0,2475	2,0935	0,5328	-2,0757	-1,3792
4,80	5,4023	-0,2572	2,1056	0,5304	-2,2777	-1,3896
4,81	5,2427	-0,2671	2,1179	0,5279	-2,4693	-1,4001
4,82	5,0925	-0,2770	2,1304	0,5255	-2,6516	-1,4106
4,83	4,9509	-0,2870	2,1431	0,5230	-2,8254	-1,4211
4,84	4,8171	-0,2972	2,1560	0,5205	-2,9915	-1,4316
4,85	4,6905	-0,3075	2,1690	0,5180	-3,1504	-1,4422
4,86	4,5704	-0,3179	2,1823	0,5155	-3,3028	-1,4528
4,87	4,4564	-0,3284	2,1958	0,5130	-3,4492	-1,4634
4,88	4,3480	-0,3390	2,2095	0,5105	-3,5901	-1,4740
4,89	4,2448	-0,3498	2,2234	0,5080	-3,7259	-1,4847
4,90	4,1463	-0,3607	2,2375	0,5054	-3,8570	-1,4954
4,91	4,0523	-0,3717	2,2519	0,5028	-3,9838	-1,5062
4,92	3,9623	-0,3828	2,2665	0,5003	-4,1065	-1,5169
4,93	3,8762	-0,3941	2,2813	0,4977	-4,2254	-1,5277
4,94	3,7937	-0,4056	2,2964	0,4951	-4,3408	-1,5385
4,95	3,7145	-0,4171	2,3117	0,4925	-4,4530	-1,5494
4,96	3,6384	-0,4288	2,3273	0,4899	-4,5621	-1,5603
4,97	3,5652	-0,4407	2,3431	0,4873	-4,6684	-1,5712
4,98	3,4948	-0,4527	2,3592	0,4846	-4,7720	-1,5821
4,99	3,4269	-0,4649	2,3756	0,4820	-4,8731	-1,5930
5,00	3,3615	-0,4772	2,3923	0,4793	-4,9719	-1,6040
5,01	3,2983	-0,4897	2,4092	0,4766	-5,0684	-1,6151
5,02	3,2373	-0,5023	2,4264	0,4739	-5,1629	-1,6261

Продолжение приложения 3

ν	$\varphi_1(\nu)$	$\varphi_2(\nu)$	$\varphi_3(\nu)$	$\varphi_4(\nu)$	$\eta_1(\nu)$	$\eta_2(\nu)$
5,03	3,1782	-0,5151	2,4440	0,4712	-5,2554	-1,6372
5,04	3,1211	-0,5281	2,4618	0,4685	-5,3461	-1,6483
5,05	3,0658	-0,5413	2,4799	0,4658	-5,4350	-1,6594
5,06	3,0122	-0,5546	2,4984	0,4631	-5,5224	-1,6706
5,07	2,9602	-0,5681	2,5172	0,4603	-5,6081	-1,6818
5,08	2,9097	-0,5818	2,5364	0,4576	-5,6925	-1,6930
5,09	2,8606	-0,5958	2,5558	0,4548	-5,7754	-1,7042
5,10	2,8130	-0,6099	2,5757	0,4520	-5,8570	-1,7155
5,11	2,7666	-0,6242	2,5959	0,4492	-5,9374	-1,7268
5,12	2,7215	-0,6387	2,6165	0,4464	-6,0166	-1,7381
5,13	2,6776	-0,6534	2,6375	0,4436	-6,0947	-1,7495
5,14	2,6347	-0,6683	2,6588	0,4407	-6,1718	-1,7609
5,15	2,5930	-0,6835	2,6806	0,4379	-6,2478	-1,7723
5,16	2,5523	-0,6989	2,7028	0,4350	-6,3229	-1,7838
5,17	2,5125	-0,7145	2,7255	0,4321	-6,3971	-1,7953
5,18	2,4737	-0,7304	2,7485	0,4292	-6,4704	-1,8068
5,19	2,4357	-0,7465	2,7720	0,4263	-6,5430	-1,8183
5,20	2,3986	-0,7629	2,7960	0,4234	-6,6147	-1,8299
5,21	2,3624	-0,7795	2,8205	0,4205	-6,6857	-1,8415
5,22	2,3268	-0,7964	2,8455	0,4175	-6,7560	-1,8532
5,23	2,2921	-0,8136	2,8709	0,4146	-6,8256	-1,8648
5,24	2,2580	-0,8311	2,8969	0,4116	-6,8946	-1,8765
5,25	2,2246	-0,8488	2,9235	0,4086	-6,9629	-1,8883
5,26	2,1918	-0,8669	2,9506	0,4056	-7,0307	-1,9000
5,27	2,1597	-0,8852	2,9782	0,4026	-7,0979	-1,9118
5,28	2,1282	-0,9039	3,0065	0,3996	-7,1646	-1,9236
5,29	2,0972	-0,9229	3,0353	0,3965	-7,2308	-1,9355
5,30	2,0668	-0,9422	3,0648	0,3935	-7,2965	-1,9474
5,31	2,0369	-0,9619	3,0950	0,3904	-7,3618	-1,9593
5,32	2,0075	-0,9819	3,1257	0,3873	-7,4266	-1,9712
5,33	1,9786	-1,0023	3,1572	0,3842	-7,4910	-1,9832
5,34	1,9502	-1,0231	3,1894	0,3811	-7,5550	-1,9952
5,35	1,9222	-1,0442	3,2224	0,3780	-7,6186	-2,0073
5,36	1,8946	-1,0658	3,2560	0,3748	-7,6819	-2,0193
5,37	1,8675	-1,0878	3,2905	0,3716	-7,7448	-2,0314
5,38	1,8407	-1,1102	3,3258	0,3685	-7,8074	-2,0436

Продолжение приложения 3

ν	$\varphi_1(\nu)$	$\varphi_2(\nu)$	$\varphi_3(\nu)$	$\varphi_4(\nu)$	$\eta_1(\nu)$	$\eta_2(\nu)$
5,39	1,8144	-1,1330	3,3619	0,3653	-7,8697	-2,0557
5,40	1,7884	-1,1563	3,3989	0,3621	-7,9316	-2,0679
5,41	1,7627	-1,1801	3,4367	0,3588	-7,9933	-2,0802
5,42	1,7374	-1,2044	3,4755	0,3556	-8,0548	-2,0924
5,43	1,7124	-1,2291	3,5153	0,3523	-8,1159	-2,1047
5,44	1,6877	-1,2544	3,5560	0,3491	-8,1768	-2,1171
5,45	1,6633	-1,2802	3,5978	0,3458	-8,2375	-2,1294
5,46	1,6392	-1,3066	3,6407	0,3425	-8,2980	-2,1418
5,47	1,6154	-1,3336	3,6846	0,3392	-8,3582	-2,1543
5,48	1,5918	-1,3611	3,7297	0,3358	-8,4183	-2,1667
5,49	1,5685	-1,3893	3,7761	0,3325	-8,4782	-2,1792
5,50	1,5455	-1,4182	3,8236	0,3291	-8,5379	-2,1917
5,51	1,5227	-1,4477	3,8724	0,3257	-8,5974	-2,2043
5,52	1,5001	-1,4779	3,9226	0,3223	-8,6567	-2,2169
5,53	1,4777	-1,5088	3,9742	0,3189	-8,7159	-2,2295
5,54	1,4556	-1,5404	4,0272	0,3154	-8,7750	-2,2422
5,55	1,4336	-1,5729	4,0817	0,3120	-8,8339	-2,2549
5,56	1,4118	-1,6062	4,1379	0,3085	-8,8927	-2,2676
5,57	1,3902	-1,6403	4,1956	0,3050	-8,9514	-2,2804
5,58	1,3688	-1,6753	4,2551	0,3015	-9,0100	-2,2932
5,59	1,3476	-1,7112	4,3163	0,2980	-9,0684	-2,3060
5,60	1,3266	-1,7481	4,3794	0,2944	-9,1268	-2,3189
5,61	1,3056	-1,7859	4,4445	0,2909	-9,1851	-2,3318
5,62	1,2849	-1,8249	4,5116	0,2873	-9,2433	-2,3447
5,63	1,2643	-1,8649	4,5809	0,2837	-9,3014	-2,3577
5,64	1,2438	-1,9061	4,6523	0,2801	-9,3594	-2,3707
5,65	1,2234	-1,9484	4,7262	0,2764	-9,4174	-2,3838
5,66	1,2032	-1,9920	4,8024	0,2728	-9,4753	-2,3968
5,67	1,1831	-2,0370	4,8813	0,2691	-9,5332	-2,4100
5,68	1,1631	-2,0833	4,9628	0,2654	-9,5910	-2,4231
5,69	1,1432	-2,1311	5,0472	0,2617	-9,6488	-2,4363
5,70	1,1235	-2,1803	5,1346	0,2580	-9,7065	-2,4495
5,71	1,1038	-2,2312	5,2251	0,2542	-9,7643	-2,4628
5,72	1,0842	-2,2838	5,3190	0,2504	-9,8219	-2,4761
5,73	1,0647	-2,3382	5,4163	0,2467	-9,8796	-2,4894
5,74	1,0453	-2,3944	5,5174	0,2428	-9,9373	-2,5028

Продолжение приложения 3

ν	$\varphi_1(\nu)$	$\varphi_2(\nu)$	$\varphi_3(\nu)$	$\varphi_4(\nu)$	$\eta_1(\nu)$	$\eta_2(\nu)$
5,75	1,0259	-2,4526	5,6223	0,2390	-9,9949	-2,5162
5,76	1,0066	-2,5129	5,7313	0,2352	-10,053	-2,5296
5,77	0,9874	-2,5755	5,8448	0,2313	-10,110	-2,5431
5,78	0,9683	-2,6403	5,9628	0,2274	-10,168	-2,5566
5,79	0,9492	-2,7077	6,0858	0,2235	-10,225	-2,5702
5,80	0,9302	-2,7777	6,2139	0,2195	-10,283	-2,5838
5,81	0,9112	-2,8504	6,3476	0,2156	-10,341	-2,5974
5,82	0,8923	-2,9262	6,4873	0,2116	-10,398	-2,6111
5,83	0,8734	-3,0052	6,6332	0,2076	-10,456	-2,6248
5,84	0,8546	-3,0876	6,7858	0,2036	-10,514	-2,6386
5,85	0,8358	-3,1735	6,9457	0,1995	-10,572	-2,6523
5,86	0,8170	-3,2634	7,1132	0,1955	-10,630	-2,6662
5,87	0,7982	-3,3575	7,2891	0,1914	-10,687	-2,6800
5,88	0,7795	-3,4560	7,4738	0,1873	-10,745	-2,6939
5,89	0,7608	-3,5593	7,6681	0,1831	-10,803	-2,7079
5,90	0,7421	-3,6679	7,8727	0,1790	-10,861	-2,7219
5,91	0,7234	-3,7820	8,0884	0,1748	-10,919	-2,7359
5,92	0,7047	-3,9022	8,3162	0,1706	-10,977	-2,7499
5,93	0,6860	-4,0290	8,5571	0,1664	-11,036	-2,7641
5,94	0,6674	-4,1630	8,8123	0,1621	-11,094	-2,7782
5,95	0,6487	-4,3047	9,0830	0,1578	-11,152	-2,7924
5,96	0,6300	-4,4550	9,3706	0,1535	-11,211	-2,8066
5,97	0,6113	-4,6146	9,6769	0,1492	-11,269	-2,8209
5,98	0,5926	-4,7845	10,004	0,1449	-11,328	-2,8352
5,99	0,5738	-4,9657	10,353	0,1405	-11,386	-2,8495
6,00	0,5551	-5,1594	10,727	0,1361	-11,445	-2,8639
6,01	0,5363	-5,3669	11,129	0,1317	-11,504	-2,8784
6,02	0,5175	-5,5900	11,562	0,1272	-11,563	-2,8928
6,03	0,4987	-5,8302	12,029	0,1227	-11,622	-2,9073
6,04	0,4798	-6,0900	12,535	0,1182	-11,681	-2,9219
6,05	0,4609	-6,3716	13,084	0,1137	-11,740	-2,9365
6,06	0,4419	-6,6780	13,683	0,1091	-11,799	-2,9512
6,07	0,4229	-7,0128	14,339	0,1046	-11,859	-2,9658
6,08	0,4039	-7,3801	15,060	0,1000	-11,918	-2,9806
6,09	0,3848	-7,7850	15,856	0,0953	-11,978	-2,9954
6,10	0,3656	-8,2336	16,739	0,0907	-12,038	-3,0102

Окончание приложения 3

ν	$\varphi_1(\nu)$	$\varphi_2(\nu)$	$\varphi_3(\nu)$	$\varphi_4(\nu)$	$\eta_1(\nu)$	$\eta_2(\nu)$
6,11	0,3464	-8,7335	17,725	0,0860	-12,098	-3,0250
6,12	0,3271	-9,2941	18,832	0,0812	-12,158	-3,0400
6,13	0,3077	-9,9273	20,084	0,0765	-12,218	-3,0549
6,14	0,2883	-10,648	21,512	0,0717	-12,278	-3,0699
6,15	0,2688	-11,477	23,154	0,0669	-12,339	-3,0850
6,16	0,2492	-12,439	25,064	0,0621	-12,399	-3,1001
6,17	0,2296	-13,571	27,313	0,0572	-12,460	-3,1152
6,18	0,2098	-14,921	29,998	0,0523	-12,521	-3,1304
6,19	0,1900	-16,559	33,260	0,0474	-12,582	-3,1456
6,20	0,1700	-18,591	37,308	0,0424	-12,643	-3,1609
6,21	0,1500	-21,176	42,464	0,0374	-12,705	-3,1762
6,22	0,1299	-24,578	49,253	0,0324	-12,766	-3,1916
6,23	0,1096	-29,257	58,596	0,0274	-12,828	-3,2070
6,24	0,0893	-36,101	72,269	0,0223	-12,890	-3,2225
6,25	0,0688	-47,067	94,185	0,0172	-12,952	-3,2380
6,26	0,0482	-67,488	135,01	0,0121	-13,014	-3,2536
6,27	0,0275	-118,88	237,77	0,0069	-13,077	-3,2692
6,28	0,0067	-492,89	985,78	0,0017	-13,139	-3,2849

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	3
1. Расчет статически неопределимой рамы методом сил.....	3
2. Расчет статически неопределимой рамы методом перемещений.....	19
3. Расчет плоской рамы на устойчивость.....	30
4. Динамический расчет плоской системы.....	39
Список рекомендуемой литературы.....	45
Приложение 1.....	47
Приложение 2.....	49
Приложение 3.....	50